

Matura junij LG 2006 (VR)

1. Dana je funkcija $f(x) = \frac{x-1}{x^2+x}$.
 - (a) Določite ničle, pole in vodoravno asimptoto ter narišite graf funkcije $f(x)$. Zapišite definicijsko območje!
 - (b) Dokažite, da ima funkcija dva ekstrema in sicer v točkah $E_1(1 + \sqrt{2}, 3 - 2\sqrt{2})$ ter $E_2(1 - \sqrt{2}, 3 + 2\sqrt{2})$. Določite vrsto ekstrema (lahko s pomočjo grafa!)
 - (c) Določite realni števili a in b tako, da bo veljalo $\frac{x-1}{x^2+x} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x}$. [$a = 2, b = -1$]
 - (d) Izračunajte ploščino lika, ki ga oklepa graf funkcije $f(x)$ z abscisno osjo na intervalu $[1, 2]$. [$\ln \frac{9}{8}$]

2. Dana je funkcija $f(x) = 3 \sin(2x - \frac{\pi}{3})$.
 - (a) Izračunajte ničle, začetno vrednost in maksimume ter narišite graf $y = |f(x)|$.
 - (b) V katerih točkah seka graf funkcije $y = f(x)$ premico $y = -\frac{3}{2}$.
 - (c) Pod kolikšnim kotom seka graf funkcije $y = f(x)$ abscisno os v najmanjši pozitivni ničli? [$\arctg 6$]
 - (d) V katerih točkah je tangenta na graf funkcije $y = f(x)$ vzporedna premici $\frac{x}{12-1} - \frac{y}{2-1} = 1$. [$T_k(\frac{\pi}{6} + k\pi, 0), k \in \mathbb{Z}$]
 - (e) Izračunajte ploščino lika, ki ga oklepa graf dane funkcije z abscisno osjo med dvema zaporednima ničloma. [3]
 - (f) Izračunajte prostornino vrtenine, ki nastane, ko graf med dvema zaporednima ničloma dane funkcije zavrtimo okrog abscisne osi za 360° . [$\frac{9\pi^2}{4}$]

3. V trirazsežnem prostoru so dane točke $A(3, 0, 0)$, $B(0, 4, 0)$ in $C(0, 0, 6)$.
 - (a) Izračunajte prostornino piramide $OABC$. [$12enot^3$]
 - (b) V ravnini $N \times N$ narišite natančno mrežo piramide!
 - (c) Pokažite, da je težišče trikotnika ABC točka $T(1, \frac{4}{3}, 2)$.
 - (d) Naj bodo točka $D(1, 2, 3)$ in vektorji $\vec{a} = \vec{OD}$, $\vec{b} = \vec{AC}$ in $\vec{c} = \vec{BC}$. Z linearno kombinacijo vektorjev $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ izrazite vektor $\vec{r} = (9, 2, 3)$. [$\vec{r} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$]