



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 1 0 2 C 1 0 1 1 1 1

SESSIONE AUTUNNALE

MATEMATICA

Prova d'esame

Giovedì, 26 agosto 2010 / 120 minuti

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello, goniometro e "trigonir".
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 9 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglietene due e risolvetele. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 40 nella prima parte e 30 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 2 e 3.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte.

In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verrà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 2 bianche.

FORMULE

**1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano,
funzione lineare**

- **Distanza tra due punti nel piano:** $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:** $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:** $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:** $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con A)

- **Triangolo:** $A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$
 $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e di quella circoscritta (R) a un triangolo:**
 $r = \frac{A}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$; $R = \frac{abc}{4A}$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:** $A = \frac{e \cdot f}{2}$ • **Rombo:** $A = a^2 \sin \alpha$ • **Trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
- **Parallelogramma:** $A = ab \sin \alpha$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:** $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi di solidi (B indica l'area di base)

- **Prisma:** $A_t = 2B + A_l$, $V = B \cdot h$
- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Sfera:** $A_t = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:**
 $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$, $V = \pi r^2 h$
- **Cono:** $A_t = \pi r(r + l)$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Funzioni ed equazioni di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Vertice:** $V(p, q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Zeri:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Successioni

- **Progressione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:** $M = C + I$; $I = \frac{C \cdot n \cdot p}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:** $M = C(1+i)^n$, $i = \frac{p}{100}$

8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$,
 $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

Pagina bianca

Pare prima
Risolvete tutti i quesiti.

1. Eseguite la riduzione della frazione: $\frac{x^2 - 4}{2x^2 + 4x}$.

(4 punti)

2. Scrivete in ogni riquadro il numero che rende corretta l'uguaglianza proposta:

$$\sqrt[3]{\square} = 5$$

$$\sqrt[7]{a^{14}} = a^{\square}$$

$$9^{\frac{1}{2}} = \square$$

$$\sqrt{175} = 5\sqrt{\square}$$

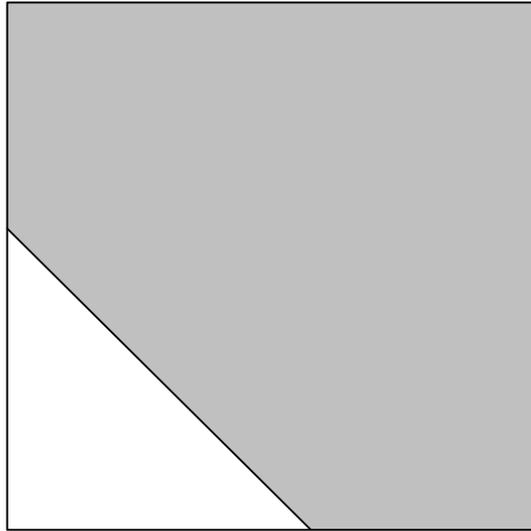
(4 punti)

3. Sia data la successione $a_n = 20 - 3n$. Calcolate la somma di tutti i termini positivi di tale successione.

(4 punti)

4. Da un quadrato di 7 cm di lato viene ritagliato un triangolo rettangolo isoscele i cui lati uguali misurano 4 cm ciascuno (come illustrato nella figura sottostante). Calcolate il perimetro del pentagono così ottenuto.

(4 punti)

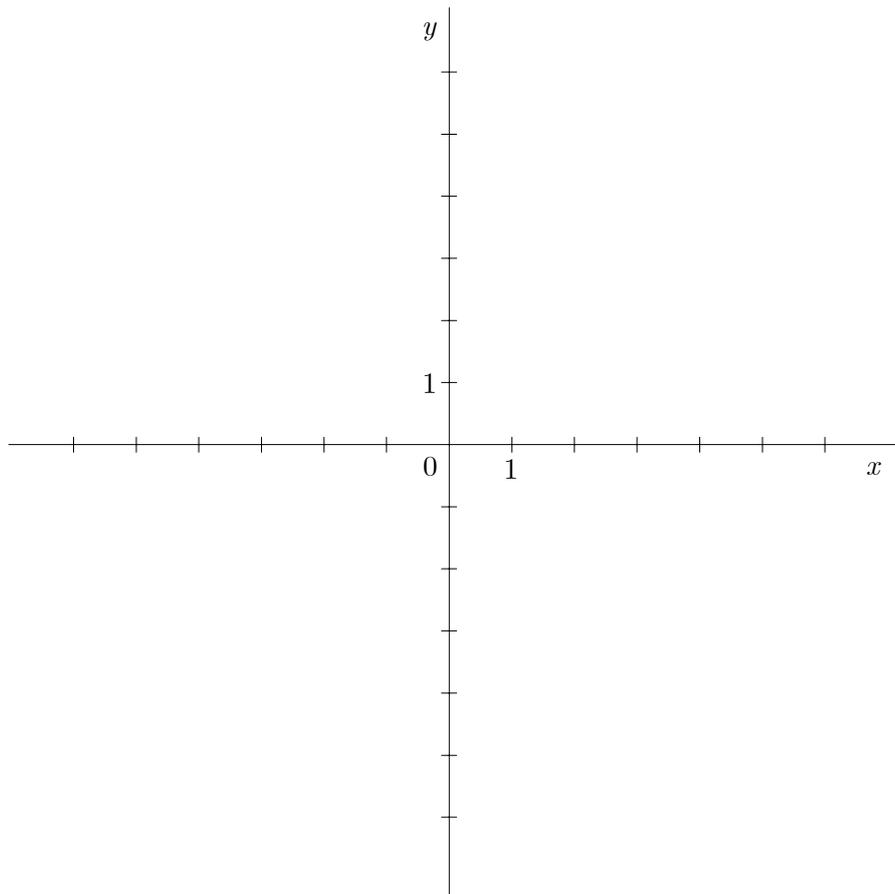


5. Matteo ha depositato in una banca 1000 euro. Considerando che la banca applica su ogni deposito un tasso d'interesse composto del 4 % annuo, di quale importo disporrà Matteo fra 5 anni?

(4 punti)

6. Siano date due rette le cui equazioni sono $y = -x - 2$ e $y + x = 0$. Disegnate le due rette nel piano cartesiano già tracciato e descrivete la loro posizione reciproca.

(5 punti)

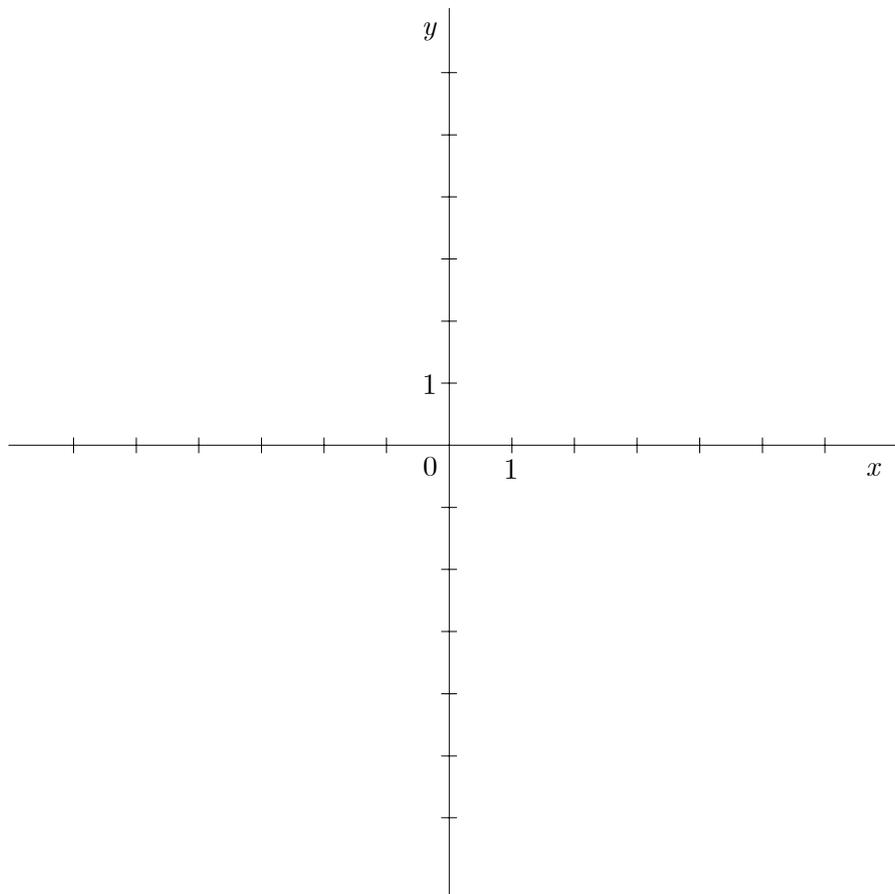


7. Calcolate il valore esatto di $\cos \alpha$, se $\sin \alpha = \frac{2}{5}$ e α è un angolo acuto.

(5 punti)

8. Nel sistema di coordinate cartesiane già tracciato disegnate il grafico della funzione quadratica $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$.

(5 punti)



9. In un triangolo acutangolo ABC l'angolo che l'altezza h_c determina con il lato b misura 40° , l'angolo β invece misura 65° . Disegnate un modello del triangolo ABC e calcolatene i rimanenti angoli interni.

(5 punti)

Parte seconda
Scegliete due quesiti, cerchiatene i numeri e risolvete.

1. Siano date la funzione esponenziale $f(x) = 2^x$ e la funzione logaritmica $g(x) = \log_2 x$.

(Totale 15 punti)

- a) Completate le tabelle e poi disegnate i grafici delle due funzioni nel sistema di coordinate già tracciato.

(8 punti)

x	$f(x)$
-1	
0	
1	
2	

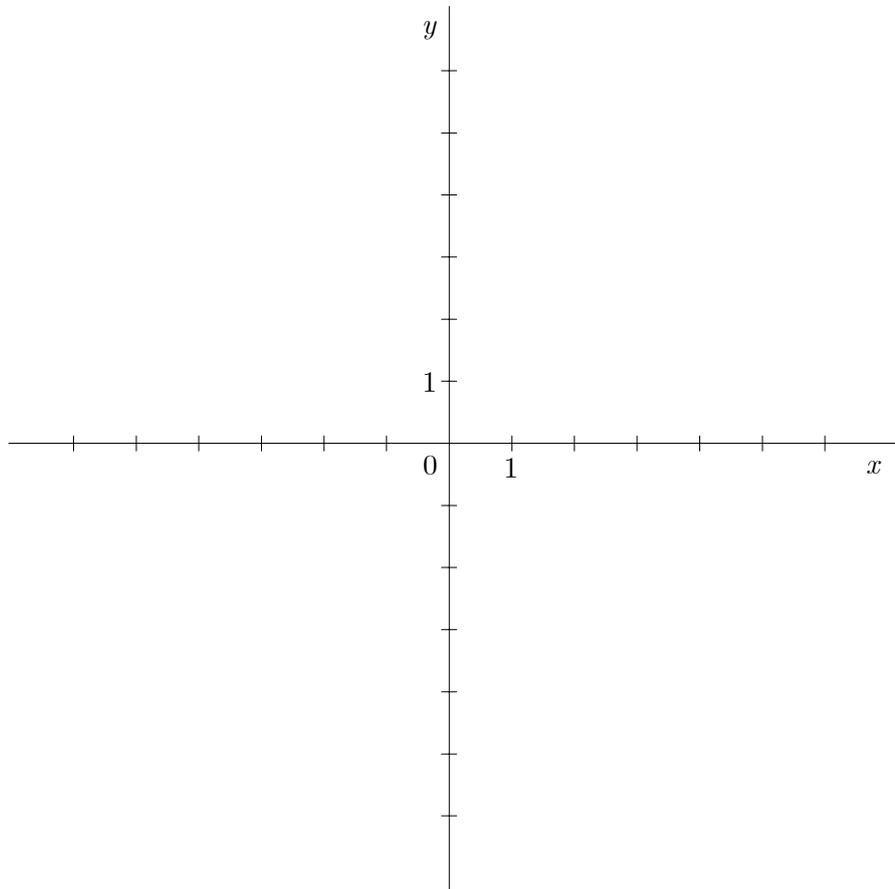
x	$g(x)$
$\frac{1}{2}$	
1	
2	
4	

- b) Calcolate $f(-1) \cdot f(-2) - f(-3)$.

(4 punti)

- c) Risolvete l'equazione $g(x) = 4$.

(3 punti)



2. Un'impresa ha pianificato di realizzare nel primo quadrimestre dell'anno un fatturato medio mensile di 55000 euro. In gennaio ha realizzato 45500 euro, in febbraio 58000 euro e in marzo ha realizzato i tre quarti del fatturato di febbraio. Il fatturato realizzato in aprile equivale a un importo tale da soddisfare esattamente il fatturato pianificato dall'impresa per il primo quadrimestre.

(Totale 15 punti)

- a) Calcolate il fatturato che l'impresa ha realizzato in aprile.

(7 punti)

- b) Illustrate con un istogramma il fatturato mensile dell'impresa nei primi quattro mesi dell'anno.

(4 punti)

- c) A quale percentuale del fatturato complessivo realizzato nel primo quadrimestre corrisponde quello realizzato in febbraio?

(4 punti)

3. La base di una piramide quadrangolare regolare è un quadrato di 2 dm di lato, l'altezza della piramide misura 6 dm.

(Totale 15 punti)

a) Disegnate a mano libera la piramide e calcolatene il volume.

(5 punti)

b) Calcolate l'area totale della piramide.

(7 punti)

c) Calcolate la lunghezza di uno spigolo laterale della piramide.

(3 punti)

Pagina bianca