



Codice del candidato:

--

Državni izpitni center



P 1 2 2 C 1 0 1 1 1 1

SESSIONE AUTUNNALE

MATEMATICA

Prova d'esame

Lunedì, 27 agosto 2012 / 120 minuti

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello, goniometro e "trigonir".
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 9 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglierne due e risolverli. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 40 nella prima parte e 30 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 2 e 3.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile sarà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non saranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 2 vuote.

FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:** $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:** $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:** $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:** $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con A)

- **Triangolo:** $A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e di quella circoscritta (R) a un triangolo:**
 $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:** $A = \frac{e \cdot f}{2}$
- **Parallelogramma:** $A = ab \sin \alpha$
- **Rombo:** $A = a^2 \sin \alpha$
- **Trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
- **Area di un settore circolare:**
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base)

- **Prisma:** $A_t = 2B + A_l$, $V = B \cdot h$
- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Sfera:** $A_t = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:** $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$, $V = \pi r^2 h$
- **Cono:** $A_t = \pi r^2 + \pi r l$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Funzioni ed equazioni di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:** $V(p, q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$
- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Zeri:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

7. Successioni

- **Progressione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:** $M = C + I$, $I = \frac{C \cdot n \cdot p}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:** $M = C(1+i)^n$, $i = \frac{p}{100}$

8. Elaborazione dati (statistica)

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$,
 $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

9. Derivate

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • Derivate di alcune funzioni elementari: $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$ $f(x) = \sin x$, $f'(x) = \cos x$ $f(x) = \cos x$, $f'(x) = -\sin x$ $f(x) = \tan x$, $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ $f(x) = \ln x$, $f'(x) = \frac{1}{x}$ $f(x) = e^x$, $f'(x) = e^x$ | <ul style="list-style-type: none"> • Regole di derivazione: $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$ $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$ $(k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x)$ $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$ $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ |
|--|--|

10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):** $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):** $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:** $D_{n,r}^i = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):** $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale E :** $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$

Pagina vuota

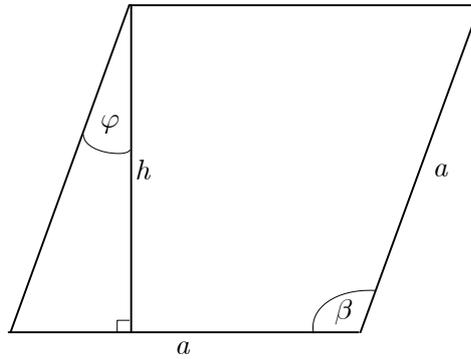
Parte prima.
Risolvete tutti i quesiti.

1. Semplificate l'espressione: $a - \frac{a^2 - a - 1}{a - 1}$.

(4 punti)

2. Il rombo della figura ha il lato $a = 6$ cm e l'angolo $\varphi = 20^\circ$. Calcolate l'ampiezza dell'angolo β e l'altezza h .

(4 punti)



3. In tre giorni Anna ha raccolto 20 kg di castagne. Il primo giorno ha raccolto $\frac{1}{4}$ dell'intera quantità, il secondo giorno ha raccolto il 40%, sempre dell'intera quantità. Quanti kg di castagne ha raccolto il primo giorno, quanti il secondo e quanti il terzo?

(4 punti)

4. Sia dato il triangolo ABC i cui lati sono $b = 5$ cm, $c = 9$ cm e l'angolo $\alpha = 70^\circ$. Calcolate la lunghezza del lato a con una precisione di due decimali.

(4 punti)

5. Risolvete le equazioni:

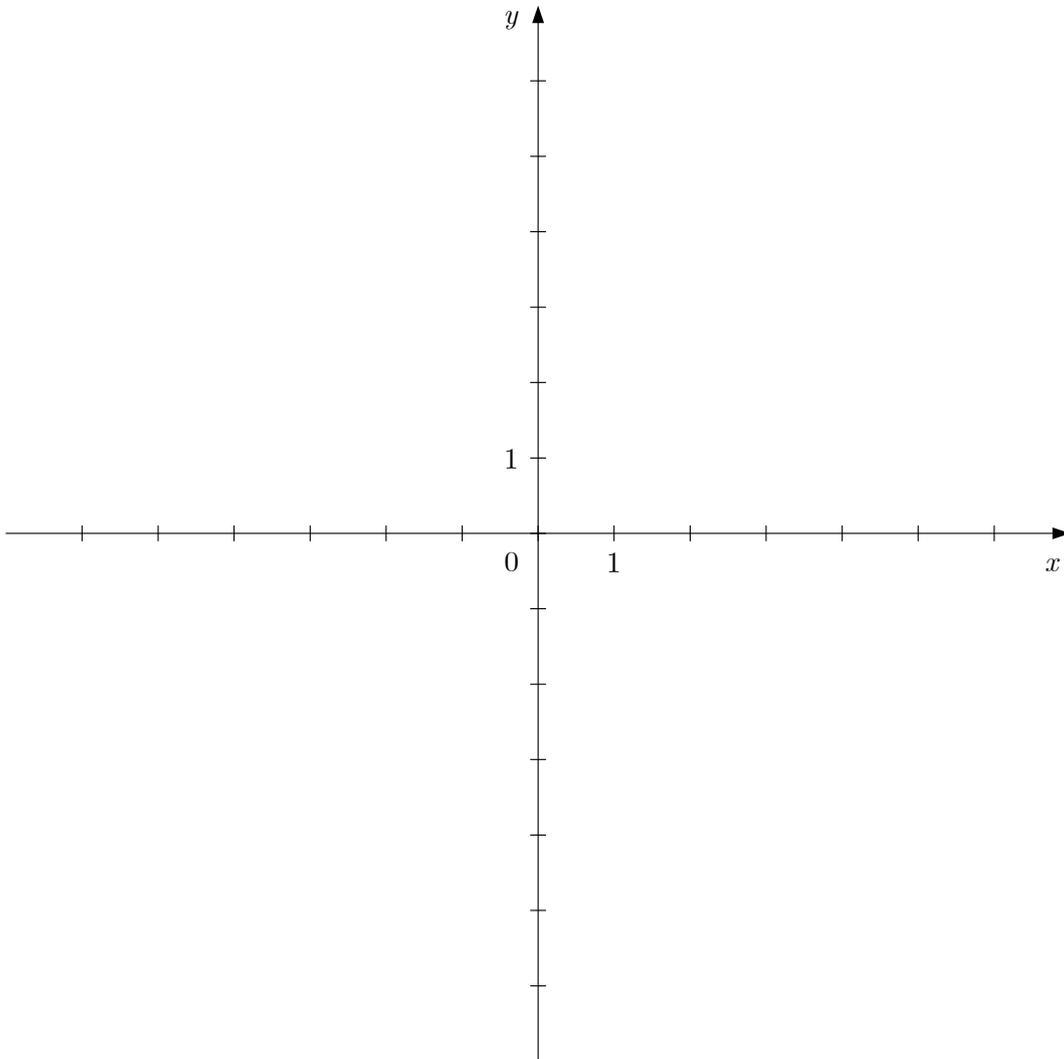
a) $\log_3 x = -2$

b) $x^2 - 5x + 4 = 0$

(4 punti)

6. Scrivete l'equazione della retta che interseca l'asse delle ordinate nel punto $N\left(0, \frac{5}{2}\right)$ ed è parallela alla retta $y = -3x + 1$. Tracciate le due rette nel sistema cartesiano sottostante.

(5 punti)



7. Per il pranzo della domenica Mateja è andata al ristorante e ha ordinato una zuppa, un secondo e un dolce. Mateja poteva scegliere tra 2 zuppe, 3 secondi e 2 dolci. Disegnate l'albero combinatorio e calcolate in quanti modi diversi Mateja poteva scegliere il suo pranzo domenicale.

(5 punti)

8. Durante le vacanze estive Petra ha svolto dei lavori occasionali. Nella prima settimana ha guadagnato 20 euro mentre ogni settimana successiva guadagnava 1,2 volte quella precedente. Calcolate quanto ha guadagnato Petra in 8 settimane di vacanza.

(5 punti)

9. La tabella contiene i dati relativi al numero di alunni iscritti al primo anno di studio di una scuola media per quattro anni consecutivi:

Anno	2008	2009	2010	2011
Numero di alunni	92	90	86	76

Disegnate il diagramma a colonne corrispondente alla tabella e calcolate la media aritmetica degli alunni iscritti al primo anno in questa scuola.

(5 punti)

Parte seconda.**Scegliete due quesiti, cerchiatene il numero progressivo e risolvete.**

1. Nella tabella sono riportati i valori di una funzione quadratica:

x	$f(x)$
-2	-5
-1	0
0	3
1	4
2	3
3	0
4	-5

(Totale 15 punti)

- a) Ricavate dalla tabella e scrivete:

gli zeri della funzione: _____

il vertice della funzione: _____

l'intersezione del suo grafico con l'asse y : _____

Tracciate il grafico della funzione nel sistema cartesiano sottostante.

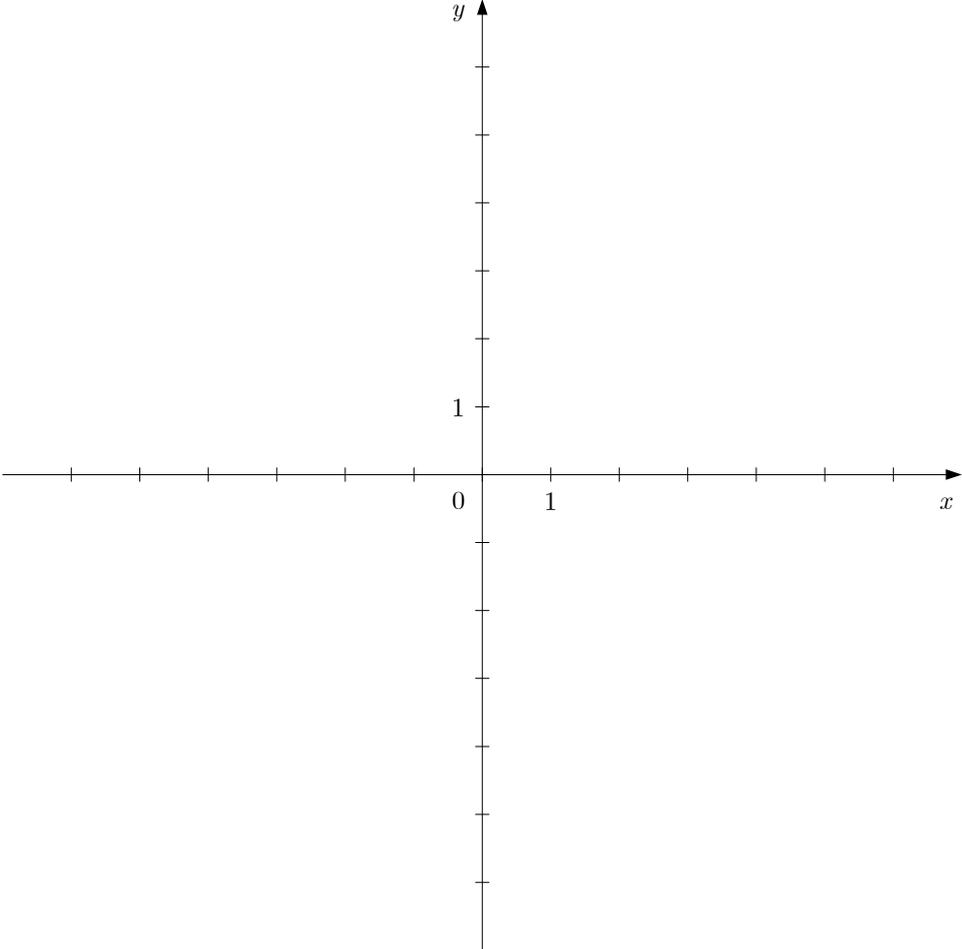
(6 punti)

- b) Scrivete l'equazione della funzione quadratica f .

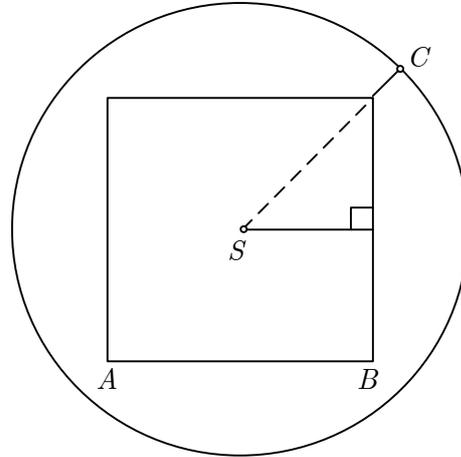
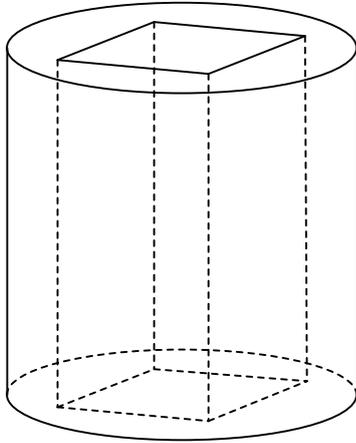
(5 punti)

- c) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ nel punto $T(2,3)$.

(4 punti)



2. La figura illustra un cilindro che ha nel mezzo un'apertura di forma quadrata e, a destra, la sua base. L'altezza del solido misura 9,1 cm, il lato del quadrato è $|AB| = 8,4$ cm e il raggio del cerchio è $|SC| = 7,4$ cm.



- a) Calcolate l'area della base del solido.
 b) Calcolate l'area totale del solido.
 c) Calcolate il volume del solido.

(Totale 15 punti)

(3 punti)

(6 punti)

(6 punti)

3. Andraž possiede un quaderno a righe e ogni pagina ne contiene 14. Sulla prima riga della prima pagina Andraž ha scritto una lettera e su ogni riga successiva ha scritto 3 lettere in più rispetto alla riga precedente.

(Totale 15 punti)

- a) Calcolate il numero di lettere che Andraž ha scritto sulla nona riga della prima pagina. *(5 punti)*
- b) Calcolate il numero di lettere che Andraž ha scritto sulla prima pagina. È possibile che la prima pagina contenga 300 lettere? *(5 punti)*
- c) Andraž ha smesso di scrivere le lettere dopo che in una certa riga ne ha scritte 37 .
Quante righe ha usato in questo modo Andraž? *(5 punti)*

Pagina vuota