



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 2 0 2 C 1 0 1 1 1 1

SESSIONE AUTUNNALE

MATEMATICA

Prova d'esame

Martedì, 25 agosto 2020 / 120 minuti

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice e degli strumenti per la geometria.

Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.

L'allegato con le formule è su di un foglio perforato che il candidato strappa facendo attenzione.

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 11 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglierne due e risolverli. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 50 nella prima parte e 20 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 3 e 4.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non saranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 24 pagine, di cui 3 vuote.



FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:** $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:** $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare della retta:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:** $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:** $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con A)

- **Triangolo:** $A = \frac{ch_c}{2} = \frac{1}{2}ab \sin \gamma = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e di quella circoscritta (R) a un triangolo:**
 $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:** $A = \frac{ef}{2}$
- **Rombo:** $A = a^2 \sin \alpha$
- **Parallelogramma:** $A = ab \sin \alpha$
- **Trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} h$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:**
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:**
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base)

- **Prisma:** $A_t = 2B + A_l$, $V = Bh$
- **Cilindro:** $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$, $V = \pi r^2 h$
- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3}Bh$
- **Cono:** $A_t = \pi r^2 + \pi r l$, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
- **Sfera:** $A_t = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$

5. Equazione quadratica e funzione quadratica

- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Soluzioni:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:** $V(p, q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$
- $f(x) = a(x-p)^2 + q$
- $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$



6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Successioni

- **Successione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Successione geometrica:** $a_n = a_1 q^{n-1}$, $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:** $M = C + I$, $I = \frac{Cnp}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:** $M = C(1+i)^n$, $i = \frac{p}{100}$

8. Elaborazione dati (statistica)

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$
 $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

9. Derivate

- **Derivate di alcune funzioni elementari:**
 - $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$
 - $f(x) = \text{sen } x$, $f'(x) = \text{cos } x$
 - $f(x) = \text{cos } x$, $f'(x) = -\text{sen } x$
 - $f(x) = \text{tan } x$, $f'(x) = \frac{1}{\text{cos}^2 x}$
 - $f(x) = \ln x$, $f'(x) = \frac{1}{x}$
 - $f(x) = e^x$, $f'(x) = e^x$
- **Regole di derivazione:**
 - $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
 - $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
 - $(kf(x))' = kf'(x)$
 - $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
 - $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):** $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):** $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:** $D_{n,r}' = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):** $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale E :** $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$



P 2 0 2 C 1 0 1 1 1 1 0 5

PARTE PRIMA

Risolvete tutti i quesiti.

1. Scrivete l'equazione della retta che passa per il punto $A(4,7)$ e interseca l'asse delle ascisse in $x = 2$.

(4 punti)



2. Calcolate $f'(4)$, se la funzione f è espressa dalla dipendenza $f(x) = 2x^3 - \sqrt{x} + 5x$.

(4 punti)



P 2 0 2 C 1 0 1 1 1 1 0 7

7/24

3. Nel 2016 in Slovenia sono nati 10606 bambini di sesso maschile. Il nome più frequente scelto dai genitori per i figli maschi è stato Luka, e ciò si è verificato in 290 casi. Qual è la percentuale dei bambini di sesso maschile cui nel 2016 i genitori non hanno dato il nome di Luka?

(Fonte: Ufficio di statistica della Repubblica di Slovenia)

(4 punti)



4. In una scatola ci sono 75 viti, di cui 5 sono danneggiate. Estraiamo contemporaneamente a caso dalla scatola 3 viti. Calcolate la probabilità che vengano estratte 3 viti non danneggiate.

(4 punti)



P 2 0 2 C 1 0 1 1 1 1 0 9

5. Calcolate per quali valori della variabile x la frazione algebrica $\frac{x^2 + 1}{-3x^2 - 5x + 2}$ non ha significato.

(4 punti)



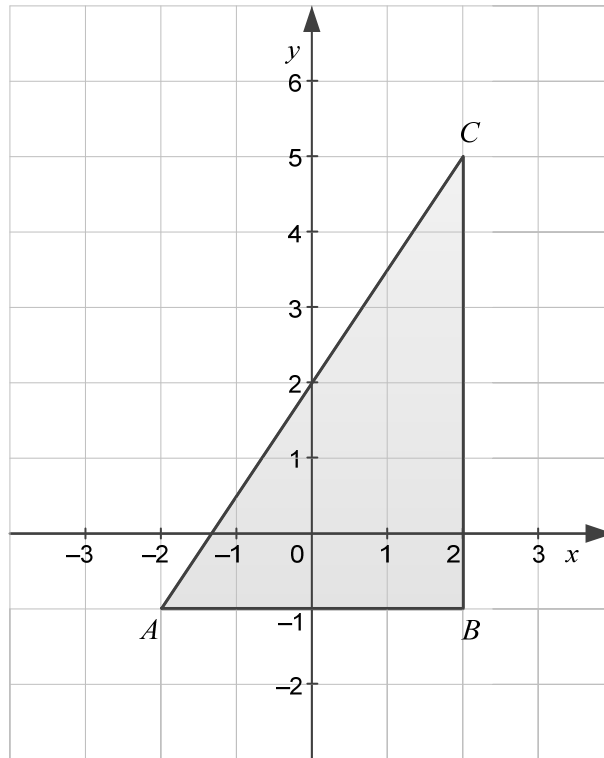
6. Per lo spuntino della ricreazione, gli alunni di una classe avevano a disposizione delle merendine all'albicocca e all'amarena. Il numero delle merendine all'albicocca era cinque volte maggiore di quello delle merendine all'amarena. Dopo che gli alunni hanno consumato 12 merendine all'albicocca, è rimasto a disposizione lo stesso numero di merendine all'albicocca e all'amarena. Quante merendine alla frutta avevano a disposizione gli alunni per lo spuntino della ricreazione?

(4 punti)



7. La figura mostra il triangolo rettangolo ABC . Calcolate l'ampiezza dell'angolo al vertice A .

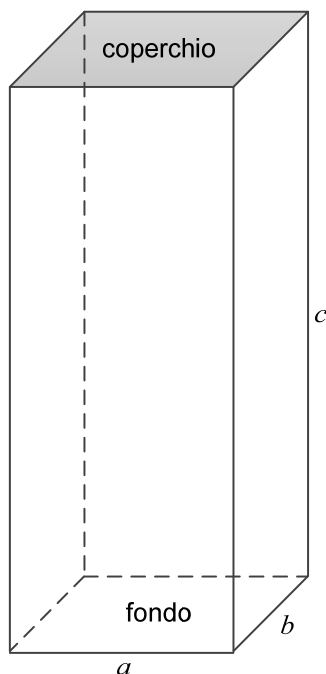
(4 punti)





8. Il falegname Jaka ha costruito una cassa di legno a forma di parallelepipedo. Il volume della cassa è di $1,25 \text{ m}^3$, le lunghezze dei suoi spigoli stanno nel rapporto di $a : b : c = 2 : 1 : 5$, come mostra la figura. Calcolate quanto è costato il legno della cassa se il prezzo per il fondo e le pareti della cassa era di 15 Euro al m^2 , mentre quello per il legno del coperchio era di 20 Euro al m^2 .

(5 punti)





P 2 0 2 C 1 0 1 1 1 1 3

9. Siano a e b due numeri reali positivi. Togliete le parentesi e semplificate le espressioni.

9.1. $(-4ab^2)^0$ (1)

9.2. $3^{-2} \cdot (9a^8)^1$ (1)

9.3. $\sqrt[4]{16a^8}$ (1)

9.4. $\left(\frac{a}{2}\right)^3$ (1)

9.5. $\left(a^{\frac{2}{9}}\right)^{\frac{9}{2}}$ (1)
(5 punti)



10. I dati rappresentano il tempo impiegato da un gruppo di apprendisti per sostituire gli pneumatici di un'automobile, espresso in minuti:

12, 10, 15, 6, 8, 7, 19, 35, 24, 15, 19, 33, 15, 25, 10, 8, 10, 20, 16, 10.

10.1. Completate la tabella.

Classe (k)	Tempo [min]	Valore medio della classe [min]	Frequenza di distribuzione (f_k)
1	6–10	8	
2	11–15	13	
3	16–20	18	
4	21–25	23	
5	26–30	28	
6	31–35	33	

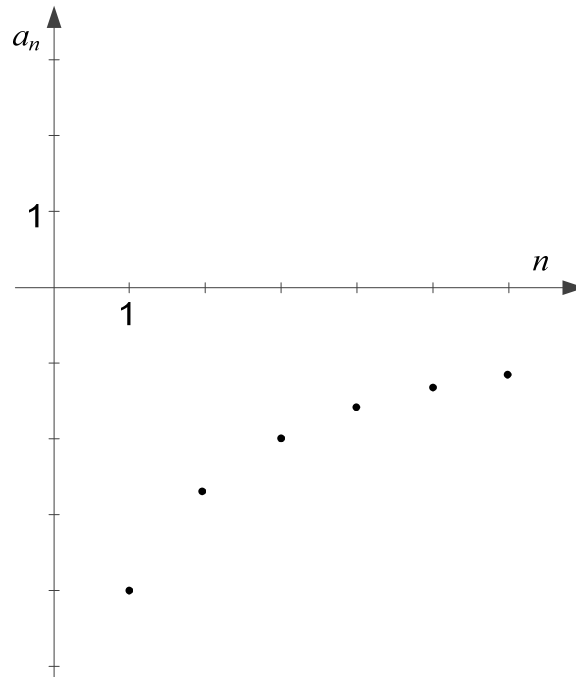
(3)

- 10.2. Dai dati raggruppati calcolate la media aritmetica del tempo necessario per la sostituzione degli pneumatici di un'automobile.

(3)
(6 punti)



11. La figura mostra il grafico della successione espressa dal termine generale $a_n = -\frac{8}{n+1}$.



11.1. Calcolate con esattezza a_1 e a_{99} .

(2)

11.2. Sono corrette le seguenti affermazioni relative alla successione data?

La successione è decrescente.	Sì	NO
La successione è limitata superiormente.	Sì	NO
Il limite inferiore della successione è -4 .	Sì	NO
$a_{2000} = 0$	Sì	NO

(4)
(6 punti)

**PARTE SECONDA**

Scegliete due quesiti, indicate nella pagina iniziale della prova d'esame i loro numeri successivi e risolvetele.

1. Sono date le espressioni x^2 , 3 , x .

1.1. Calcolate tutti i valori di x , tali che x^2 , 3 , x siano i primi tre termini di una successione aritmetica infinita e scrivete i primi quattro termini di tale successione.

(7 punti)

1.2. Calcolate il minimo comune multiplo dei valori delle espressioni x^2 , 3 , x per $x = 8$.

(3 punti)

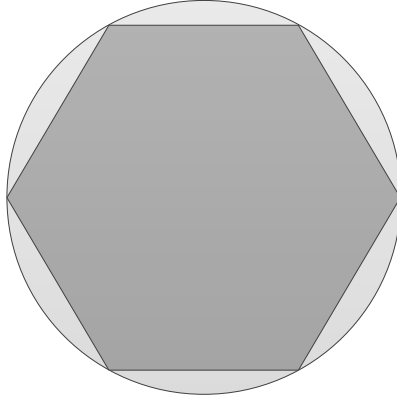


P 2 0 2 C 1 0 1 1 1 1 7



2. Sono dati due cerchi di raggio 10 cm.

2.1. Dal primo cerchio ritagliamo sei segmenti circolari in modo da ottenere un esagono regolare, come mostra la figura. Calcolate il perimetro e l'area dell'esagono.



(4 punti)

2.2. Il secondo cerchio è la base di un cilindro, la cui area della superficie laterale misura $1570,8 \text{ cm}^2$. Calcolate quanti metri cubi misura il volume del cilindro.

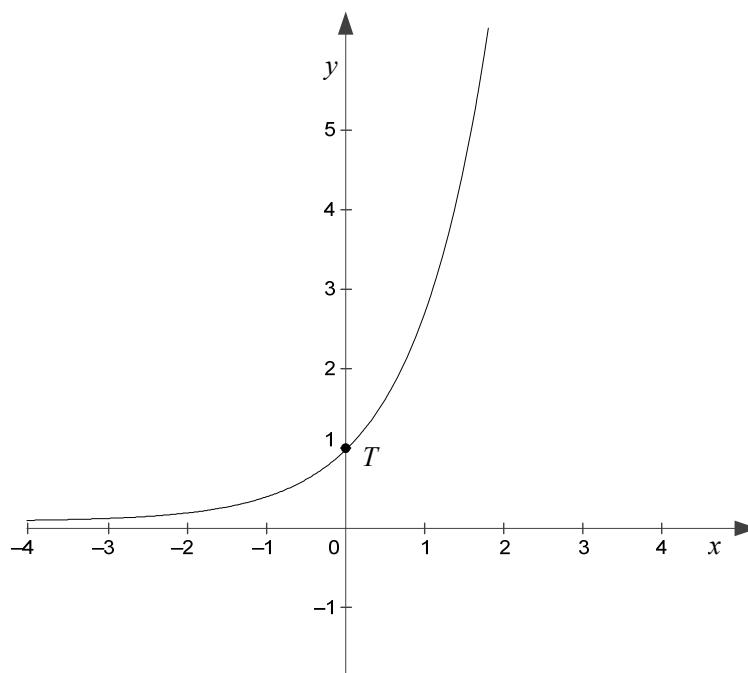
(6 punti)



P 2 0 2 C 1 0 1 1 1 1 9



3. La figura mostra il grafico della funzione f , espressa dalla dipendenza $f(x) = e^x$. Il grafico della funzione f interseca l'asse delle ordinate nel punto T .



- 3.1. Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico della funzione f nel punto T .
(5 punti)
- 3.2. Calcolate le ascisse dei punti d'intersezione del grafico della funzione f con il grafico della funzione g , espressa dalla dipendenza $g(x) = e^{x^2-x}$.
(5 punti)



P 2 0 2 C 1 0 1 1 1 2 1



Pagina vuota



P 2 0 2 C 1 0 1 1 1 2 3

Pagina vuota



Pagina vuota