



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 2 2 2 C 1 0 1 1 1 1

SESSIONE AUTUNNALE

MATEMATICA

Prova d'esame

Giovedì, 25 agosto 2022 / 120 minuti

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice e degli strumenti per la geometria.

Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.

L'allegato con le formule è su di un foglio perforato che il candidato strappa facendo attenzione.

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 11 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglietene due e risolvetele. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 50 nella prima parte e 20 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 3 e 4.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera; i grafici delle funzioni, gli schizzi e i disegni geometrici li potete disegnare a matita. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Le impostazioni delle soluzioni, che potete svolgere sui fogli della minuta, durante la valutazione non si prenderanno in considerazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 24 pagine, di cui 3 vuote.



FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:** $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:** $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare della retta:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:** $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:** $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con A)

- **Triangolo:** $A = \frac{ch_c}{2}$, $A = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$, $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e di quella circoscritta (R) a un triangolo:**
 $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a \sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a \sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a \sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:** $A = \frac{ef}{2}$
- **Rombo:** $A = a^2 \sin \alpha$
- **Parallelogramma:** $A = ab \sin \alpha$
- **Trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} h$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:**
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:**
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base)

- **Prisma:** $S_{tot} = 2B + S_{lat}$, $V = Bh$
- **Cilindro:** $S_{tot} = 2\pi r^2 + 2\pi r h$, $V = \pi r^2 h$
- **Piramide:** $S_{tot} = B + S_{lat}$, $V = \frac{1}{3} B h$
- **Cono:** $S_{tot} = \pi r^2 + \pi r l$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
- **Sfera:** $S_{tot} = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$

5. Equazione quadratica e funzione quadratica

- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Soluzioni:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:** $V(p, q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$
- $f(x) = a(x-p)^2 + q$
- $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$



6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$
- $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$

7. Successioni

- **Successione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Successione geometrica:** $a_n = a_1 q^{n-1}$, $S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione composta:** $M = C(1+i)^n$, $i = \frac{p}{100}$

8. Elaborazione dati (statistica)

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$
 $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

9. Derivate

- **Derivate di alcune funzioni elementari:**
 - $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$
 - $f(x) = \sin x$, $f'(x) = \cos x$
 - $f(x) = \cos x$, $f'(x) = -\sin x$
 - $f(x) = \tan x$, $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
 - $f(x) = \ln x$, $f'(x) = \frac{1}{x}$
 - $f(x) = e^x$, $f'(x) = e^x$
- **Regole di derivazione:**
 - $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
 - $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
 - $(kf(x))' = kf'(x)$
 - $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
 - $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):** $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):** $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:** $D'_{n,r} = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):** $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale E :** $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$

**PARTE PRIMA**

Risolvete tutti i quesiti.

1. L'imposta sul valore aggiunto (IVA) è del 22 %. Il prezzo di un computer portatile, compresa l'imposta sul valore aggiunto, è di 980 EUR. Quale sarebbe il prezzo di tale portatile se l'imposta sul valore aggiunto fosse del 20 %?

(4 punti)



2. Semplificate l'espressione $\sqrt[5]{32x^{-2}y} \cdot \sqrt[10]{x^{14}y^{-2}}$ per $x, y > 0$.

(4 punti)



P 2 2 2 C 1 0 1 1 1 0 7

3. Per una vendita al bazar di beneficenza, Lana ed Ema hanno preparato dei muffin ai mirtilli e dei muffin al cioccolato. Il prezzo di un pacchetto contenente tre muffin ai mirtilli e quattro muffin al cioccolato era di 9,60 EUR, il prezzo di un pacchetto con cinque muffin ai mirtilli e due muffin al cioccolato era di 9,00 EUR. Calcolate il prezzo di un muffin ai mirtilli e il prezzo di un muffin al cioccolato.

(4 punti)



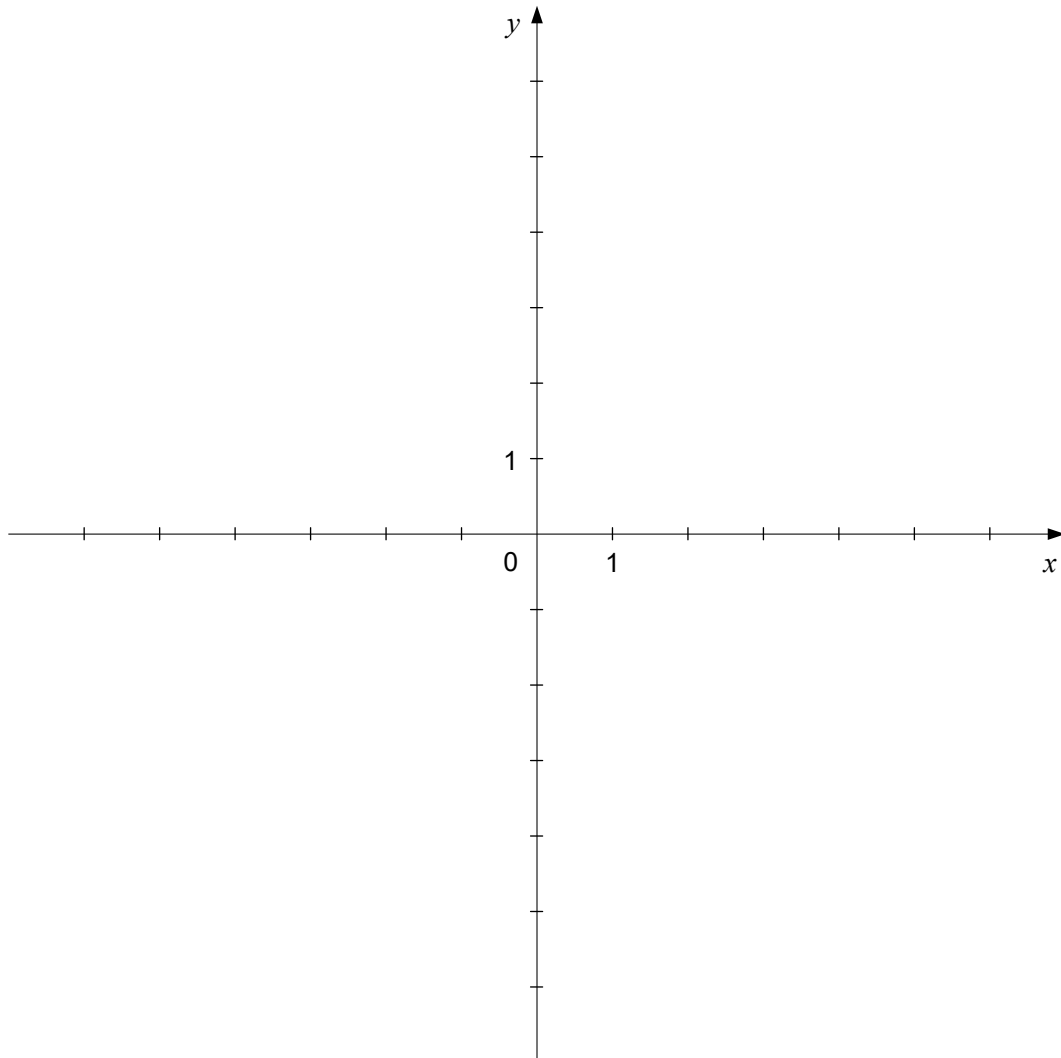
4. A un incontro internazionale hanno partecipato tre nazioni, con due rappresentanti per ciascuna nazione. Scrivete tutti i possibili modi in cui i sei partecipanti potevano essere divisi in tre coppie, se in nessuna coppia i due membri appartenevano alla stessa nazione.

(4 punti)



5. È data la parabola di equazione $y = (x - 2)^2$. Scrivete il punto di tangenza della parabola con l'asse delle ascisse e il punto d'intersezione della parabola con l'asse delle ordinate. Disegnate la parabola nel sistema di coordinate dato.

(4 punti)





6. Calcolate il valore della base a e scrivete la dipendenza della funzione esponenziale $f(x) = 2a^x$, se il suo grafico passa per il punto $A(3, 54)$.

(4 punti)



P 2 2 2 C 1 0 1 1 1 1 1

7. Tine si è preparato alla prova scritta di matematica per cinque giorni consecutivi. Il primo giorno ha risolto sette quesiti, il secondo giorno cinque quesiti, il terzo giorno undici quesiti; il quarto e il quinto giorno ha risolto, ambedue le volte, lo stesso numero di quesiti. Il numero medio di quesiti, che Tine ha risolto giornalmente nei cinque giorni considerati, è di 11. Quanti quesiti ha risolto Tine il quinto giorno?

(4 punti)



8. Scrivete tutti i numeri interi x , che soddisfano ciascuna condizione:

Condizione	Numeri
$ x = 4$	
$-2 \leq x < 3$	
$x(5 + x) = 0$	

(5 punti)



P 2 2 2 C 1 0 1 1 1 1 3

9. È dato il deltoide $ABCD$ di dati $|AB| = |BC| = 12$ cm, $|AD| = |CD| = 7$ cm, $\sphericalangle A = \alpha = 120^\circ$.
Disegnate lo schizzo del deltoide $ABCD$, calcolate la sua area e la lunghezza della diagonale $f = |BD|$.

(5 punti)



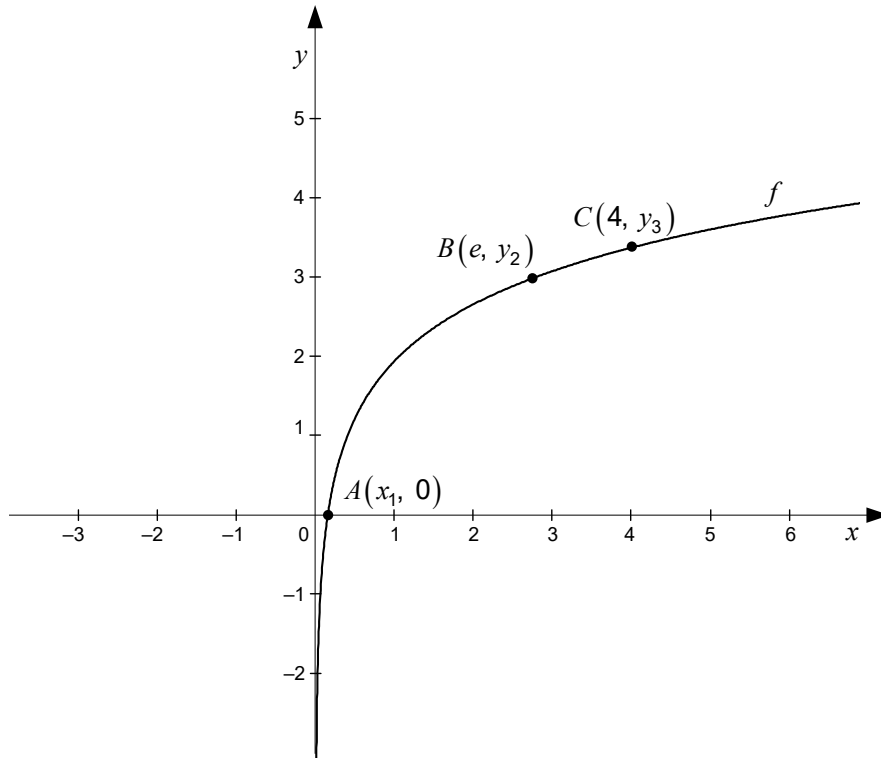
10. La funzione f è espressa dalla dipendenza $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$. Scrivete la derivata della funzione f e calcolate il valore della variabile x , per la quale vale $f'(x) = 0$.

(6 punti)



P 2 2 2 C 1 0 1 1 1 1 5

11. La figura mostra il grafico della funzione f con la dipendenza $f(x) = 2 + \ln x$. Calcolate ossia scrivete il valore esatto delle coordinate sconosciute dei punti A , B e C nella figura.

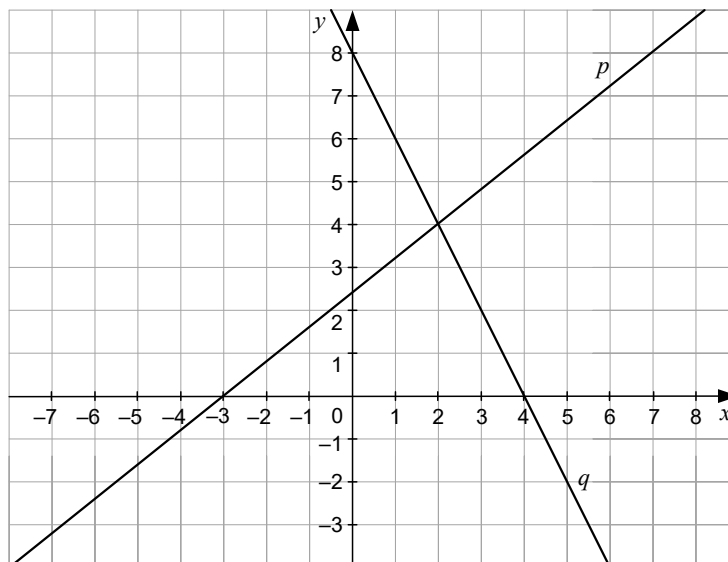


(6 punti)

**PARTE SECONDA**

Scegliete due quesiti, indicate nella pagina iniziale della prova d'esame i loro numeri successivi e risolvete li.

1. Nella figura sono date le rette p e q .



- 1.1. Leggete dalla figura e scrivete le coordinate del punto d'intersezione delle rette p e q , e calcolate l'area del triangolo delimitato dalle rette p e q e dall'asse delle ascisse.

(4 punti)

- 1.2. Scrivete l'equazione della retta p e calcolate le coordinate del punto d'intersezione della retta p con la bisettrice dei quadranti dispari $y = x$.

(6 punti)



P 2 2 2 C 1 0 1 1 1 1 7



2. Durante le vacanze Tilen e Gašper hanno letto il libro *Il signore degli anelli* dello scrittore J. J. R. Tolkien.

2.1. Tilen il primo giorno ha letto 40 pagine, poi ogni giorno seguente ha letto sette pagine in più che nel giorno precedente. Gašper invece il primo giorno ha letto 66 pagine, poi ogni giorno successivo ha letto ogni giorno 50 pagine. Calcolate in quanti giorni Tilen e Gašper hanno letto ognuno il proprio libro, che ha 516 pagine.

(7 punti)

2.2. Con le lettere della parola TOLKIEN componiamo delle sequenze di 5 lettere. Calcolate la probabilità di ottenere, come risultato della composizione, la sequenza TILEN.

(3 punti)



P 2 2 2 C 1 0 1 1 1 1 9



3. Il diametro di Marte è approssimativamente di 6800 km, il perimetro della Terra all'equatore è approssimativamente di 40000 km.

3.1. Calcolate l'area della superficie totale di Marte e il rapporto tra l'area della superficie totale di Marte e l'area della superficie totale della Terra. Assumiamo che Marte e la Terra abbiano la forma di una sfera.

(6 punti)

3.2. Sulla Terra vivono circa 8 miliardi di persone. Quanti miliardi di persone vivrebbero all'incirca su Marte, se su ogni km^2 della superficie di Marte vivesse lo stesso numero di persone che sulla Terra?

(4 punti)



P 2 2 2 C 1 0 1 1 1 2 1



Pagina vuota



P 2 2 2 C 1 0 1 1 1 2 3

Pagina vuota



Pagina vuota