



Codice del candidato:

--

Državni izpitni center



SESSIONE PRIMAVERILE

# MATEMATICA

Prova d'esame

**Sabato, 6 giugno 2009 / 120 minuti**

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello, goniometro e "trigonir".  
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

**MATURITÀ PROFESSIONALE**

## INDICAZIONI PER I CANDIDATI

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 9 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglietene due e risolvetele. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 40 nella prima parte e 30 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 2 e 3.

**Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte.**

In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verrà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 20 pagine, di cui 2 bianche.*

## FORMULE

## 1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:**  $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:**  $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare:**  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:**  $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:**  $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con  $A$ )

- **Triangolo:**  $A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$   
 $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta ( $r$ ) e di quella circoscritta ( $R$ ) ad un triangolo:**  
 $r = \frac{A}{s}$ ,  $\left( s = \frac{a+b+c}{2} \right)$ ;  $R = \frac{abc}{4A}$
- **Triangolo equilatero:**  $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ,  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ ,  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:**  $A = \frac{e \cdot f}{2}$     • **Rombo:**  $A = a^2 \sin \alpha$     • **Trapezio:**  $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
- **Parallelogramma:**  $A = ab \sin \alpha$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:**  $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:**  $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:**  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi ( $B$  indica l'area di base)

- **Prisma:**  $A_t = 2B + A_l$ ,  $V = B \cdot h$
- **Piramide:**  $A_t = B + A_l$ ,  $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Sfera:**  $A_t = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:**  
 $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$ ,  $V = \pi r^2 h$
- **Cono:**  $A_t = \pi r(r + l)$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

#### 4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

#### 5. Funzioni ed equazioni di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$       **Vertice:**  $V(p, q)$ ,  $p = \frac{-b}{2a}$ ,  $q = \frac{-D}{4a}$ ,  $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$       **Zeri:**  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

#### 6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

#### 7. Successioni

- **Progressione aritmetica:**  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:**  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:**  $M = C + I$ ;  $I = \frac{C \cdot n \cdot p}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:**  $M = C(1+i)^n$ ,  $i = \frac{p}{100}$

#### 8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$ ,  
 $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

**Pagina bianca**

**Parte prima**  
**Risolvete tutti i quesiti.**

1. Scomponete il numero 870 in fattori primi. Scrivete il maggiore e il minore dei numeri primi che dividono il numero dato.

*(4 punti)*

2. Calcolate il valore dell'espressione  $(3a + 4b)^2 - 24ab$  per  $a = -2$  e  $b = \frac{3}{4}$ .

*(4 punti)*

3. Cerchiate SI se la frase è corretta e NO se essa è scorretta.

a) Il polinomio $p(x) = 2x^3 + x + 1$ ha uno zero per $x = 1$ .	SI	NO
b) Il grafico del polinomio $p(x) = -2x^4 + 3x^2 - x - 1$ interseca l'asse delle ordinate nel punto $P(0, -2)$ .	SI	NO
c) Il polo della funzione razionale $f(x) = \frac{x-1}{2-x}$ è $x = 2$ .	SI	NO
d) L'asse delle ascisse è l'asintoto orizzontale della funzione $f(x) = \frac{2}{x+3}$ .	SI	NO

(4 punti)

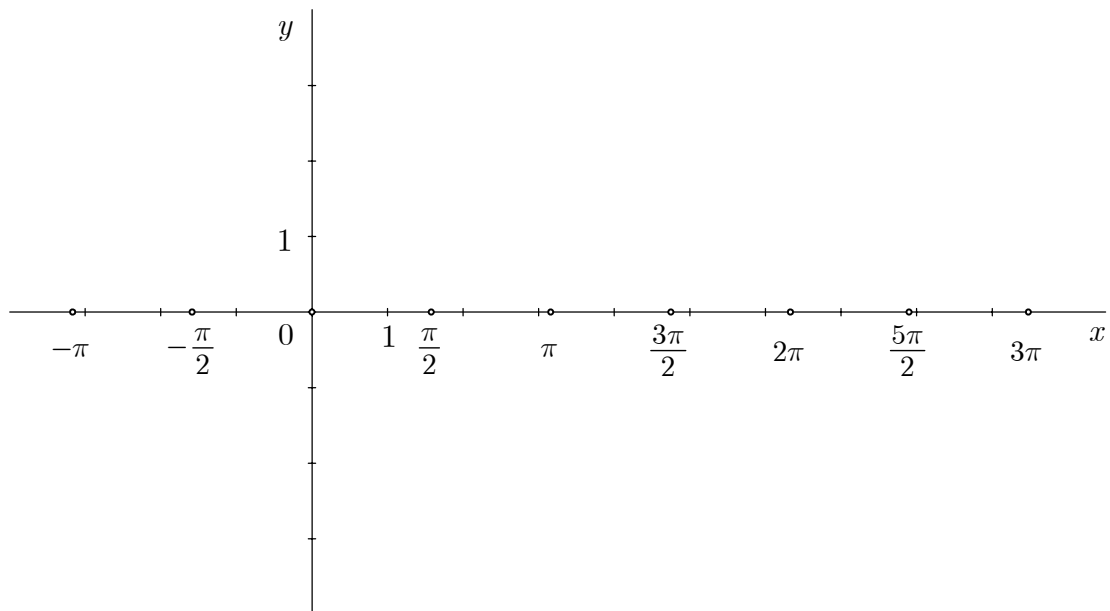
4. Nel trapezio isoscele  $ABCD$  l'angolo  $\alpha = 78^\circ$ . Disegnate a mano libera il trapezio, segnatene tutti gli angoli interni e calcolatene le rispettive ampiezze.

*(4 punti)*



5. Tracciate il grafico della funzione  $f(x) = \sin x$  nell'intervallo  $(-\pi, 3\pi)$ . Scrivete il dominio e il codominio della funzione  $f(x)$ .

(4 punti)



6. Per l'acquisto di 2,5 kg di banane e 1 kg di mandarini Toni ha speso 4 Euro. Nello stesso negozio, per l'acquisto di 1 kg di banane e 3 kg di mandarini Gigi ha speso 5,5 Euro. Quanto costano in quel negozio un chilogrammo di banane e un chilogrammo di mandarini?

*(5 punti)*

7. Risolvete le seguenti equazioni:

a)  $|x - 2| = 1$

b)  $3^{x-2} = 1$

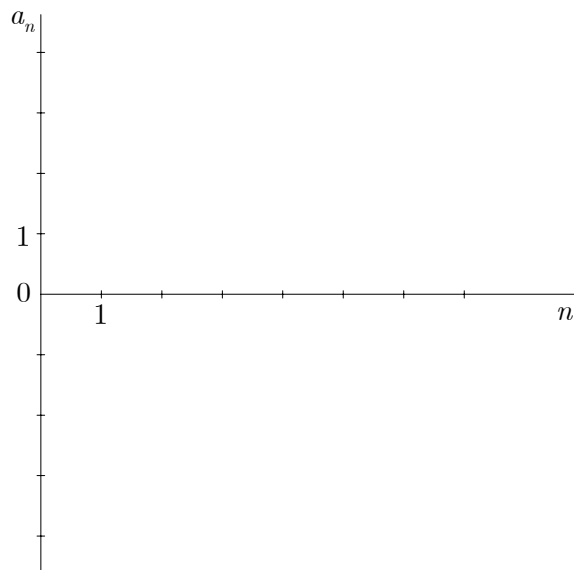
*(5 punti)*

8. Un orto rettangolare misura in lunghezza 10 m e in larghezza 6 m. Il proprietario decide di aumentare la lunghezza dell'orto del 20 % e di ridurne la larghezza del 15 %. Calcolate di quanti metri quadrati ( $m^2$ ) cambierà l'area dell'orto.

*(5 punti)*

9. Il termine generico di una successione è  $a_n = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1$ . Calcolate i primi quattro termini della successione e disegnate il grafico.

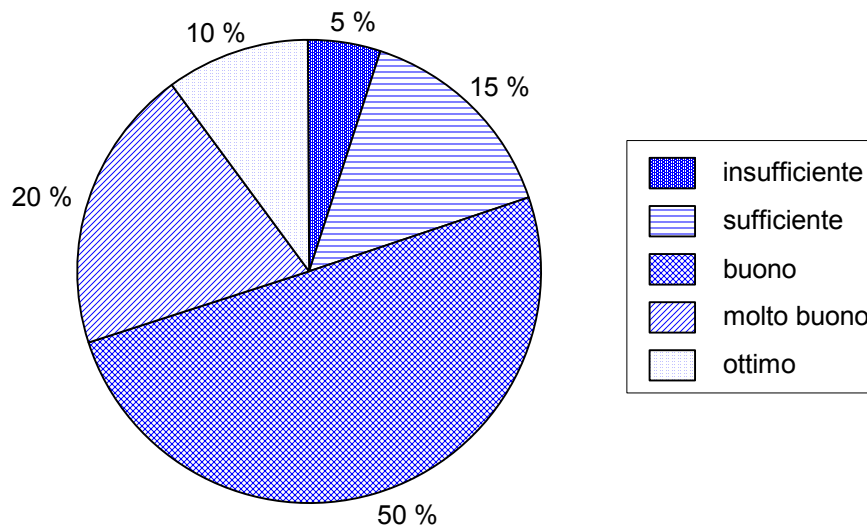
(5 punti)



### Parte seconda

Scegliete due quesiti, cerchiatene i rispettivi numeri e risolvete li.

1. Una scuola conta 300 alunni. L'areogramma sottostante illustra la distribuzione percentuale dei voti di matematica conseguiti da questi ultimi.



- a) Completate la tabella 1 inserendovi i dati richiesti. (Totale 15 punti)  
(5 punti)
- b) Calcolate il voto medio di matematica nella scuola. (4 punti)
- c) Calcolate l'ampiezza degli angoli al centro corrispondenti ai voti assegnati e inserite i valori da voi ottenuti nella tabella 2. (6 punti)

Tabella 1

Voto	insufficiente	sufficiente	buono	molto buono	ottimo
Numero di allievi (frequenza)					

Tabella 2

Voto	insufficiente	sufficiente	buono	molto buono	ottimo
Angolo al centro					



2. Siano date la parabola  $y = x^2 - 2x + 2$  e la retta  $y = 2x - 1$ .

*(Totale 15 punti)*

a) Calcolate le coordinate dei punti d'incidenza della retta e della parabola.

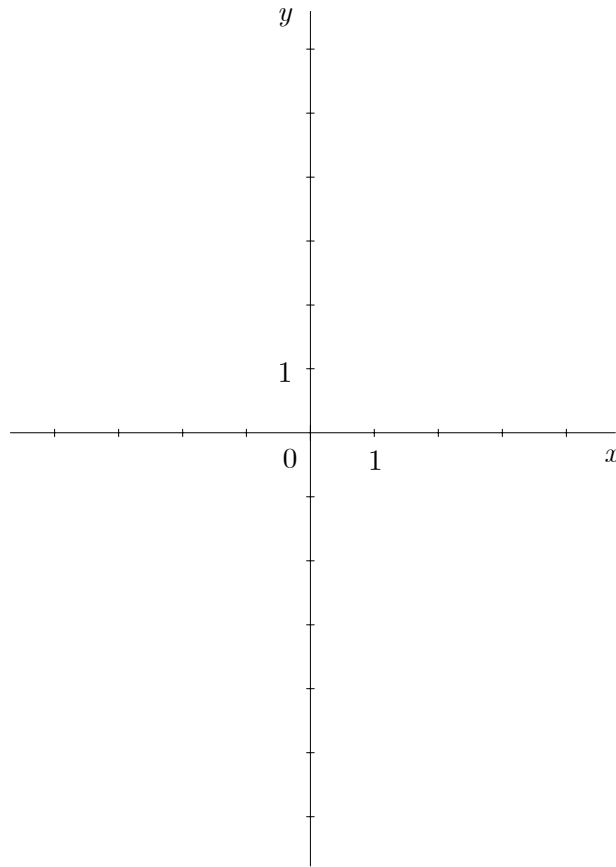
*(5 punti)*

b) Nel sottostante sistema cartesiano, disegnate con esattezza il grafico della retta e della parabola.

*(6 punti)*

c) Calcolate l'angolo che la retta determina con l'asse delle ascisse, esprimendone l'ampiezza in gradi e in minuti.

*(4 punti)*







3. Le dimensioni di un foglio di carta di forma rettangolare sono 30 cm e 20 cm.

*(Totale 15 punti)*

a) Facendo coincidere due bordi opposti del foglio si ottiene un tubo cilindrico, la cui altezza corrisponde al lato minore del foglio.

Calcolate l'area totale del cilindro di cui il foglio di carta costituisce la superficie laterale.

*(6 punti)*

b) Se il foglio di carta diventa la superficie laterale di un prisma quadrangolare regolare, la cui altezza corrisponde al lato minore del foglio, calcolate l'area totale del prisma.

*(6 punti)*

c) Di quanto in percentuale l'area totale del cilindro è maggiore di quella del prisma?

*(3 punti)*



**Pagina bianca**