



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 2 0 1 C 1 0 1 1 1 I

SESSIONE PRIMAVERILE

MATEMATICA

Prova d'esame

Sabato, 6 giugno 2020 / 120 minuti

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice e degli strumenti per la geometria.

Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.

L'allegato con le formule è su di un foglio perforato che il candidato strappa facendo attenzione.

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 11 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglierne due e risolverli. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 50 nella prima parte e 20 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 3 e 4.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non saranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 24 pagine, di cui 3 vuote.



FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:** $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:** $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare della retta:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:** $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:** $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con A)

- **Triangolo:** $A = \frac{ch_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e di quella circoscritta (R) a un triangolo:**
 $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:** $A = \frac{ef}{2}$
- **Rombo:** $A = a^2 \sin \alpha$
- **Parallelogramma:** $A = ab \sin \alpha$
- **Trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} h$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:**
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:**
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base)

- **Prisma:** $A_t = 2B + A_l$, $V = Bh$
- **Cilindro:** $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi rh$, $V = \pi r^2 h$
- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3} Bh$
- **Cono:** $A_t = \pi r^2 + \pi rl$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
- **Sfera:** $A_t = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$

5. Equazione quadratica e funzione quadratica

- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Soluzioni:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:** $V(p, q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$
- $f(x) = a(x-p)^2 + q$
- $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$



6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Successioni

- **Successione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Successione geometrica:** $a_n = a_1 q^{n-1}$, $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:** $M = C + I$, $I = \frac{Cnp}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:** $M = C(1+i)^n$, $i = \frac{p}{100}$

8. Elaborazione dati (statistica)

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$
 $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

9. Derivate

- **Derivate di alcune funzioni elementari:**
 - $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$
 - $f(x) = \sin x$, $f'(x) = \cos x$
 - $f(x) = \cos x$, $f'(x) = -\sin x$
 - $f(x) = \tan x$, $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
 - $f(x) = \ln x$, $f'(x) = \frac{1}{x}$
 - $f(x) = e^x$, $f'(x) = e^x$
- **Regole di derivazione:**
 - $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
 - $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
 - $(kf(x))' = kf'(x)$
 - $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
 - $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):** $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):** $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:** $D'_{n,r} = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):** $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale E :** $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$



P 2 0 1 C 1 0 1 1 1 0 5

PARTE PRIMA

Risolvete tutti i quesiti.

1. Calcolate il valore dell'espressione senza usare la calcolatrice $3 \cdot \sqrt{16+9} - \sqrt[4]{16} : \sqrt[5]{32}$.

(4 punti)



2. Semplificate l'espressione $-3x^{-2} \cdot (5x^6y^{-4})^3 : y^3$.

(4 punti)



P 2 0 1 C 1 0 1 1 1 1 0 7

7/24

3. Risolvete la disequazione $3(1-x) - 2(x-2) \geq 6$.

(4 punti)



4. Risolvete l'equazione $2^{x+1} + 2^x = 48$.

(4 punti)



5. Ana ha acquistato in un negozio un paio di pantaloni per 29,99 EUR e un cappotto. Il prezzo del cappotto era scontato del 25%. Per il paio di pantaloni e il cappotto ha pagato in totale 104,24 EUR. Quanto ha pagato per il cappotto e qual era il prezzo del cappotto prima dello sconto?

(4 punti)



6. È data la funzione f espressa dalla dipendenza $f(x) = \tan x + 3$. Calcolate la derivata della funzione f e $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

(4 punti)



P 2 0 1 C 1 0 1 1 1 1 1

11/24

7. Una famiglia composta da due genitori e due bambini deve prendere un taxi. In quanti modi diversi possono prendere posto nel taxi, se uno dei genitori si siede accanto al conducente sul sedile anteriore, mentre l'altro genitore e i due bambini sui tre sedili posteriori?

(4 punti)



8. È data la funzione quadratica $f(x) = x^2 - 1,3x - 7,14$. Risolvete l'equazione quadratica $f(x) = 0$.
Scrivete la funzione f nella forma scomposta.

(5 punti)



P 2 0 1 C 1 0 1 1 1 1 3

13/24

9. Per festeggiare il suo compleanno, Tine ha gonfiato 14 palloncini di colore rosso e bianco. Il rapporto tra il numero di palloncini rossi e il numero di palloncini bianchi era di 3 : 4. Calcolate quanti palloncini rossi e quanti palloncini bianchi sono stati gonfiati da Tine.

(5 punti)



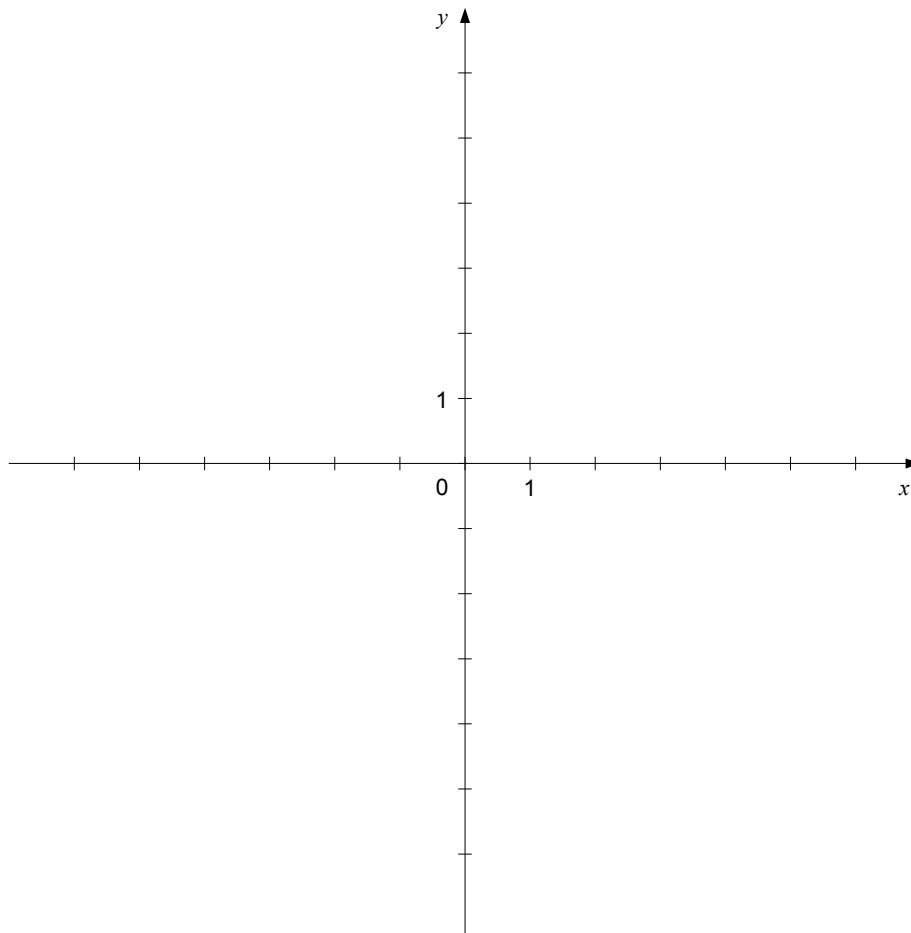
10. È data l'equazione della retta $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} = 1$ nella forma segmentaria.

10.1. Scrivete l'equazione della retta nella forma esplicita.

(2)

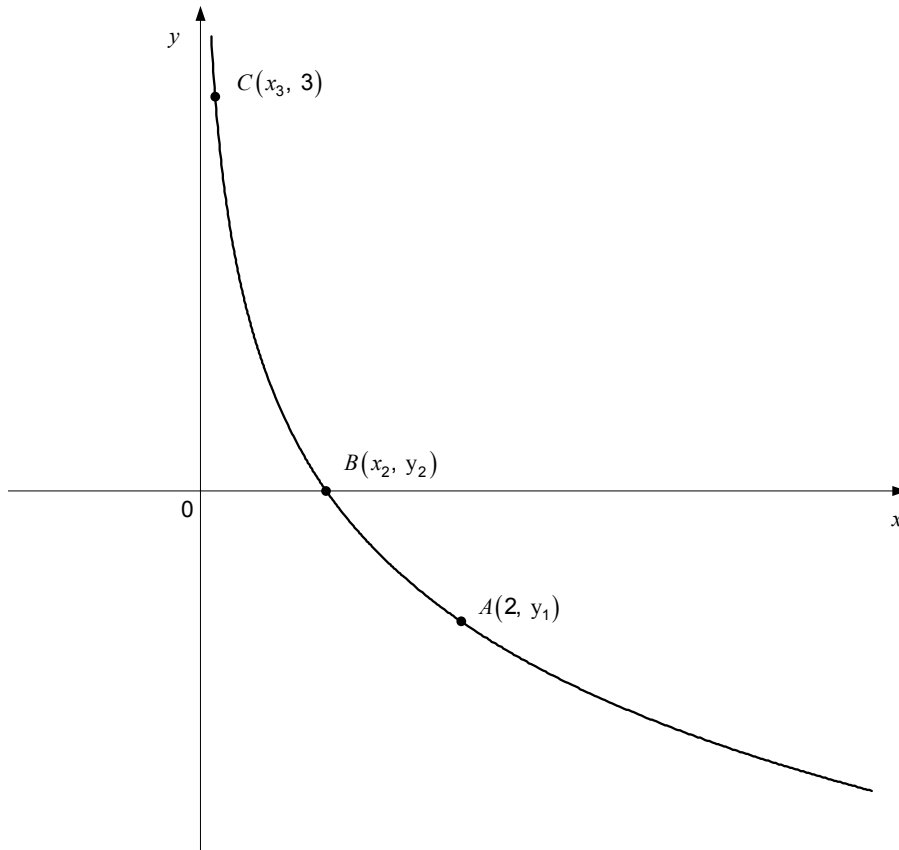
10.2. Tracciate la retta nel sottostante sistema di coordinate, e verificate con il calcolo se il punto $A(12, 22)$ appartiene a tale retta.

(4)
(6 punti)





11. La figura mostra il grafico della funzione f , espressa dalla dipendenza $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$. I punti A , B e C appartengono al grafico della funzione f , nel punto B il grafico della funzione f interseca l'asse delle ascisse.



Scrivete le coordinate sconosciute del punto B e calcolate inoltre le coordinate sconosciute dei punti A e C .

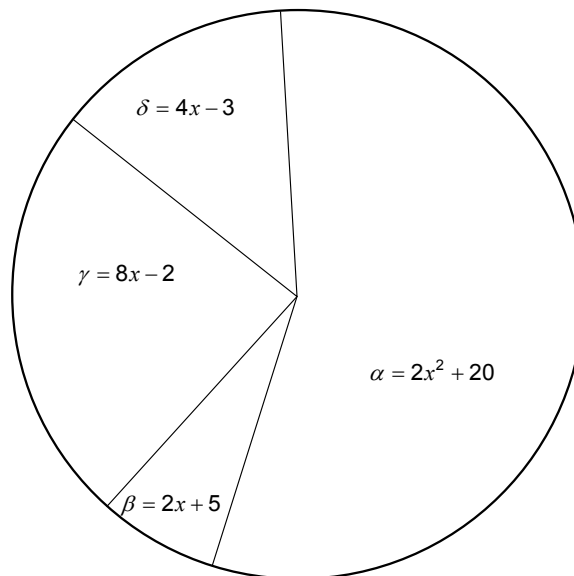
(6 punti)

**PARTE SECONDA**

Scegliete due quesiti, indicate nella pagina iniziale della prova d'esame i loro numeri successivi e risolvetele.

1. La figura mostra un cerchio con indicati gli angoli al centro α , β , γ e δ . Le ampiezze degli angoli sono espresse in gradi.
 - 1.1. Calcolate le ampiezze degli angoli al centro α , β , γ e δ .

(6 punti)



- 1.2. L'area di uno dei settori circolari è di $10\pi \text{ cm}^2$. Calcolate l'ampiezza dell'angolo al centro che appartiene a questo settore circolare, se il raggio del cerchio è di 12 cm.

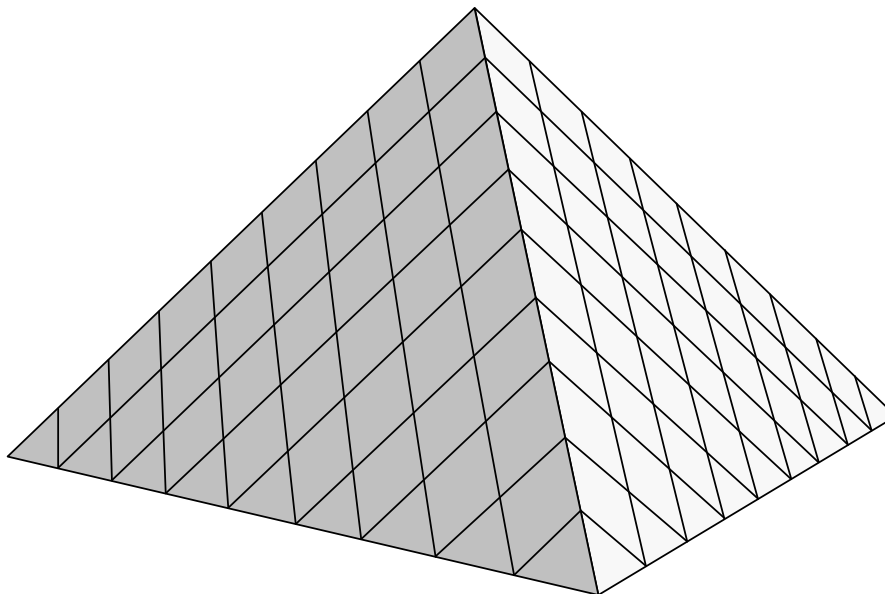
(4 punti)



P 2 0 1 C 1 0 1 1 1 1 7



2. Ula ha costruito un modello dell'entrata del museo del Louvre a Parigi, che è uguale a un tetraedro. Per la costruzione ha usato delle piastrelle a forma di rombo e di triangolo isoscele (vedi lo schizzo). La lunghezza dello spigolo di base della sua piramide era di 18 cm, l'altezza della piramide di 12 cm.



- 2.1. Calcolate il volume e l'area della superficie laterale del modello della piramide di Ula.

(6 punti)

- 2.2. La piramide di Ula ha nove triangoli isosceli congruenti su ogni spigolo di base, i rombi congruenti sono stati posti in otto file, il numero di rombi nelle file successive forma una successione aritmetica (si veda lo schizzo).

Quanti rombi si conterebbero lungo la superficie laterale del modello di una piramide simile, se avesse su ogni spigolo di base 12 triangoli isosceli?

(4 punti)

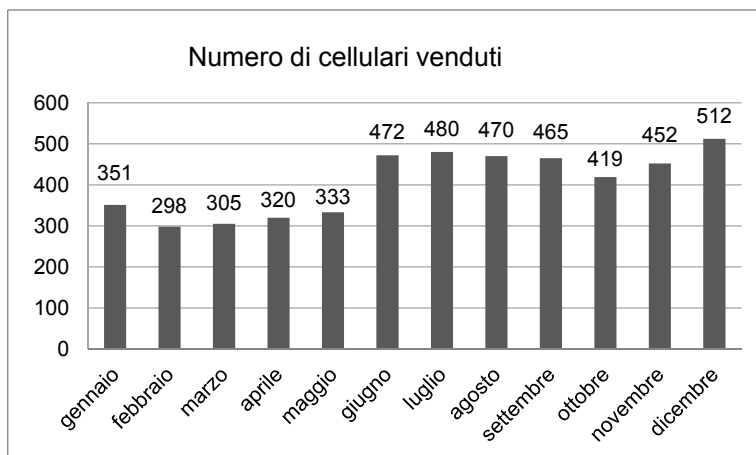


P 2 0 1 C 1 0 1 1 1 1 9

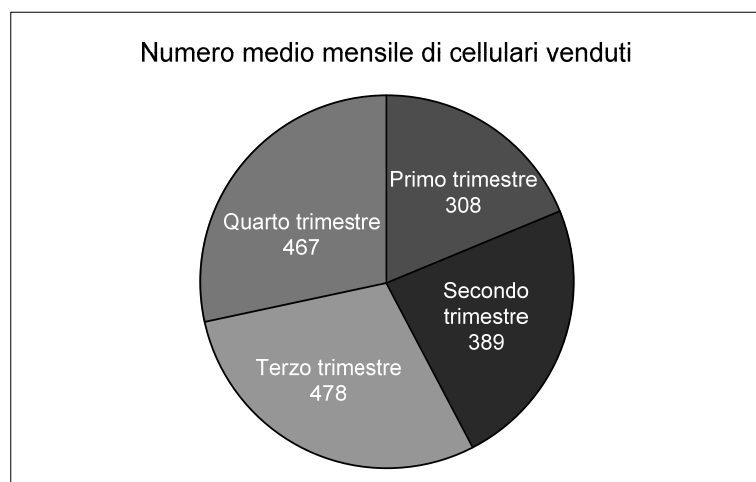


3. Due imprese, che vendono telefoni cellulari, hanno rappresentato il numero di apparecchi venduti nello scorso anno, ognuna a modo suo.

Impresa A



Impresa B



- 3.1. Nel quarto trimestre, l'impresa B ha venduto in media ogni mese 467 cellulari, come mostra il diagramma a torta. Calcolate quanti cellulari sono stati venduti in dicembre e completate la tabella.

(4 punti)

	Ottobre	Novembre	Dicembre
Numero di cellulari venduti	451	440	

- 3.2. Quale impresa ha avuto più successo nella vendita dei cellulari nel secondo trimestre? Quale impresa ha venduto più cellulari nello scorso anno?

(6 punti)



P 2 0 1 C 1 0 1 1 1 2 1



Pagina vuota



P 2 0 1 C 1 0 1 1 1 2 3

Pagina vuota



Pagina vuota