



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**



P 2 1 1 C 1 0 1 1 1 I

SESSIONE PRIMAVERILE

# MATEMATICA

Prova d'esame

**Sabato, 5 giugno 2021 / 120 minuti**

*Materiali e sussidi consentiti:*

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice e degli strumenti per la geometria.*

*Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

*L'allegato con le formule è su di un foglio perforato che il candidato strappa facendo attenzione.*

**MATURITÀ PROFESSIONALE**

## INDICAZIONI PER I CANDIDATI

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 11 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglierne due e risolverli. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 50 nella prima parte e 20 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 3 e 4.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera; i grafici delle funzioni, gli schizzi e i disegni geometrici li potete disegnare a matita. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Le impostazioni delle soluzioni, che potete svolgere sui fogli della minuta, durante la valutazione non si prenderanno in considerazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 24 pagine, di cui 3 vuote.*





## FORMULE

### 1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:**  $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:**  $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare della retta:**  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:**  $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:**  $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

### 2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con $A$ )

- **Triangolo:**  $A = \frac{ch_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta ( $r$ ) e di quella circoscritta ( $R$ ) a un triangolo:**  
 $R = \frac{abc}{4A}$ ,  $r = \frac{A}{s}$ ,  $\left( s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:**  $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ,  $h = \frac{a \sqrt{3}}{2}$ ,  $r = \frac{a \sqrt{3}}{6}$ ,  $R = \frac{a \sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:**  $A = \frac{ef}{2}$
- **Rombo:**  $A = a^2 \sin \alpha$
- **Parallelogramma:**  $A = ab \sin \alpha$
- **Trapezio:**  $A = \frac{a+c}{2} h$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:**  $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:**  
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:**  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:**  
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

### 3. Aree e volumi dei solidi ( $B$ indica l'area di base)

- **Prisma:**  $A_t = 2B + A_l$ ,  $V = Bh$
- **Cilindro:**  $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$ ,  $V = \pi r^2 h$
- **Piramide:**  $A_t = B + A_l$ ,  $V = \frac{1}{3} Bh$
- **Cono:**  $A_t = \pi r^2 + \pi r l$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
- **Sfera:**  $A_t = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

### 4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$

### 5. Equazione quadratica e funzione quadratica

- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Soluzioni:**  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ ,  $D = b^2 - 4ac$
- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:**  $V(p, q)$ ,  $p = \frac{-b}{2a}$ ,  $q = \frac{-D}{4a}$
- $f(x) = a(x-p)^2 + q$
- $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$



### 6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

### 7. Successioni

- **Successione aritmetica:**  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Successione geometrica:**  $a_n = a_1 q^{n-1}$ ,  $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:**  $M = C + I$ ,  $I = \frac{Cnp}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:**  $M = C(1+i)^n$ ,  $i = \frac{p}{100}$

### 8. Elaborazione dati (statistica)

- **Valore medio (media aritmetica):**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$   
 $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

### 9. Derivate

- **Derivate di alcune funzioni elementari:**
  - $f(x) = x^n$ ,  $f'(x) = nx^{n-1}$
  - $f(x) = \text{sen } x$ ,  $f'(x) = \text{cos } x$
  - $f(x) = \text{cos } x$ ,  $f'(x) = -\text{sen } x$
  - $f(x) = \text{tan } x$ ,  $f'(x) = \frac{1}{\text{cos}^2 x}$
  - $f(x) = \ln x$ ,  $f'(x) = \frac{1}{x}$
  - $f(x) = e^x$ ,  $f'(x) = e^x$
- **Regole di derivazione:**
  - $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
  - $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
  - $(kf(x))' = kf'(x)$
  - $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
  - $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

### 10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):**  $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):**  $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:**  $D'_{n,r} = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):**  $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale  $E$ :**  $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$



P 2 1 1 C 1 0 1 1 1 1 0 5

**PARTE PRIMA**

**Risolvete tutti i quesiti.**

1. Calcolate il valore dell'espressione  $4 - (2 - 5)^2 + \frac{11}{4} \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{3}{4}\right)^{-1}$  senza usare la calcolatrice.

*(4 punti)*



2. Un comune ha 1300 abitanti; di essi, il 4 % sono bambini di età da 1 a 5 anni. L'asilo è frequentato dai  $\frac{3}{4}$  dei bambini. Quanti bambini, di età da 1 a 5 anni, non frequentano l'asilo?

*(4 punti)*



3. Indicate se le seguenti affermazioni sono vere o false.

Il numero  $-3$  è la soluzione dell'equazione  $x + 3 = 5x + 2$ . Sì NO

Le rette  $2y - 6x + 2 = 0$  e  $y = 3x - 1$  sono parallele. Sì NO

Il punto  $A(-3, 3)$  appartiene alla bisettrice dei quadranti pari  $y = -x$ . Sì NO

Il grafico della funzione esponenziale  $f(x) = 4^x$  interseca l'asse delle ordinate nel punto  $A(0, 4)$ . Sì NO

(4 punti)



4. Risolvete l'equazione  $\frac{1}{2} \cdot \log_2 x - \log_3 27 = 0$ .

(4 punti)





P 2 1 1 C 1 0 1 1 1 1 0 9

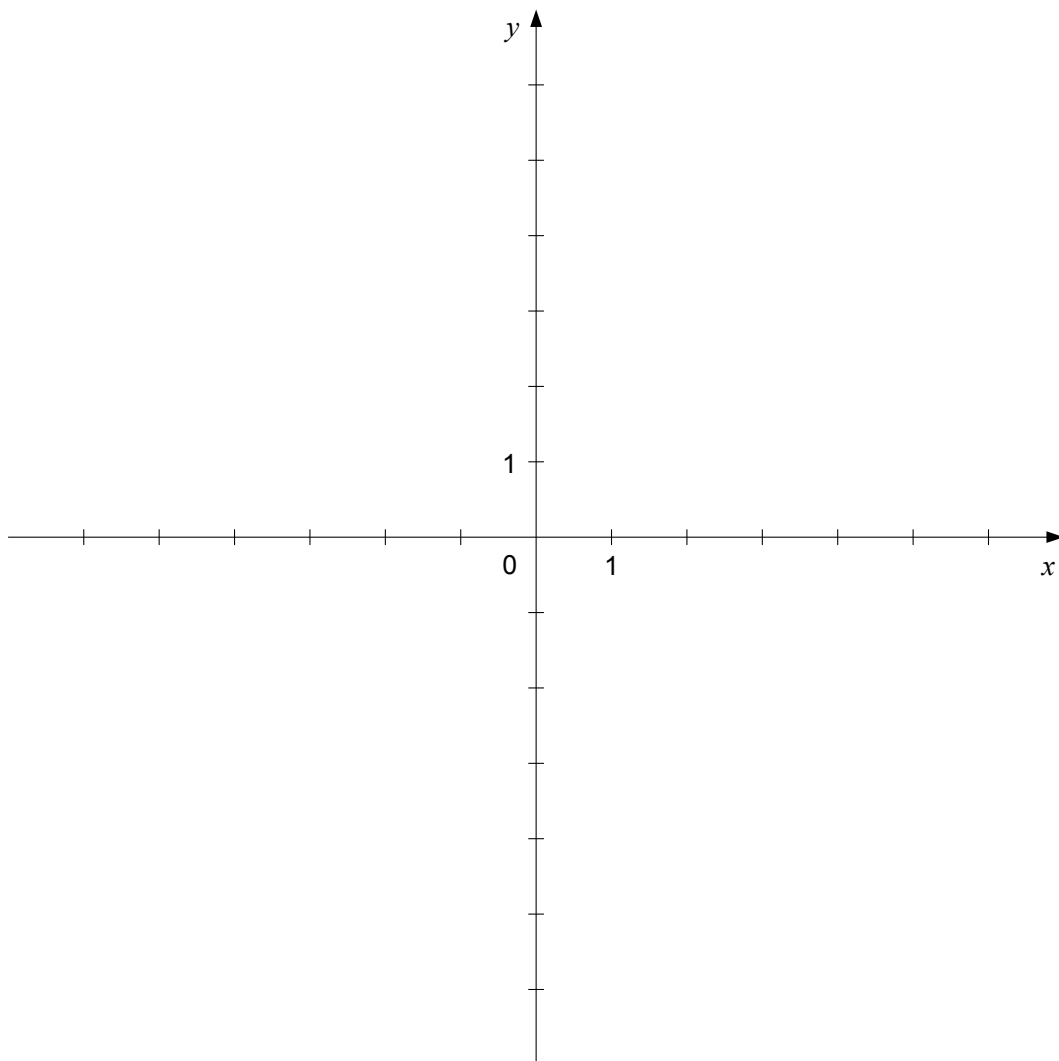
5. In un trapezio isoscele  $ABCD$ ,  $a = 8$  cm,  $b = d = 3$  cm e l'angolo  $\alpha = 34^\circ 11'$ . Disegnate lo schizzo e calcolate la lunghezza della diagonale  $BD$  del trapezio  $ABCD$ .

(4 punti)



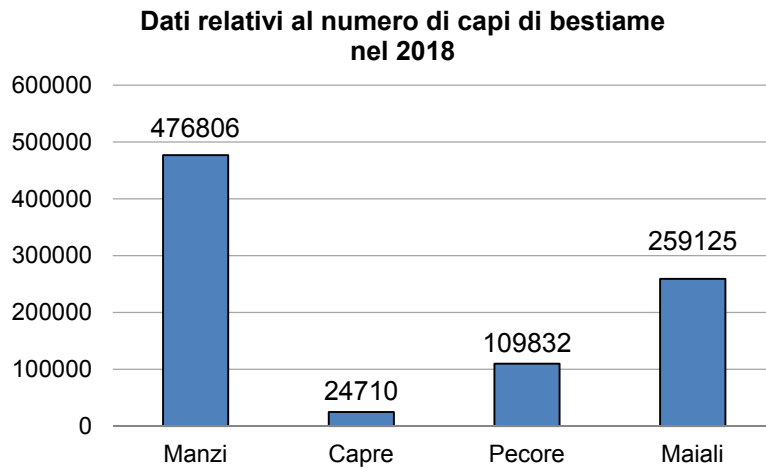
6. La funzione  $f$  è espressa dalla dipendenza  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ . Scrivete il polo della funzione  $f$ , l'equazione dell'asintoto orizzontale e tracciate il suo grafico nel sistema di coordinate dato.

(4 punti)





7. Il diagramma sottostante mostra il numero di capi di bestiame, di diversi tipi, allevato in Slovenia nel 2018.



(Fonte: Statistični urad Republike Slovenije/Ufficio di statistica della Repubblica di Slovenia)

- 7.1. Scrivete la moda dei dati rappresentati nel diagramma.

(1)

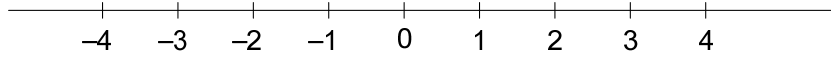
- 7.2. Lina ha nella stalla uno degli animali riportati nel diagramma. Calcolate la probabilità che nella stalla abbia una capra oppure una pecora.

(3)  
(4 punti)



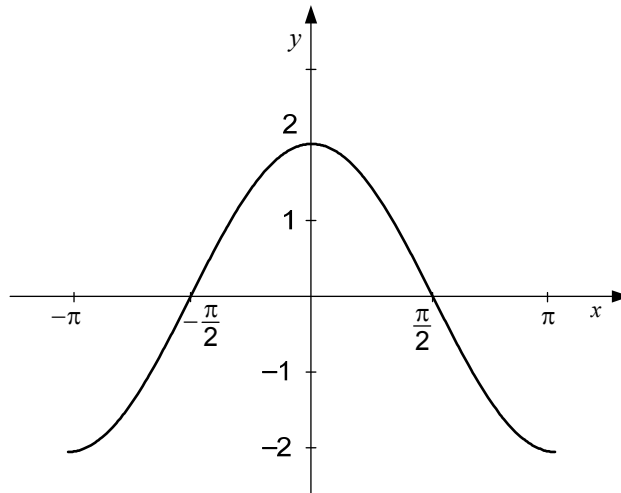
8. Risolvete la disequazione  $x(x-4)+6x > (x+2)^2$  e rappresentate la soluzione sulla retta numerica.

(5 punti)





9. È stato tracciato il grafico della funzione  $f(x) = 2\cos x$  nell'intervallo  $[-\pi, \pi]$ .



Scrivete per la funzione  $f$  nell'intervallo dato:

gli zeri: \_\_\_\_\_;

l'insieme immagine: \_\_\_\_\_;

il termine noto: \_\_\_\_\_;

l'intervallo dove la funzione è decrescente: \_\_\_\_\_.

(5 punti)

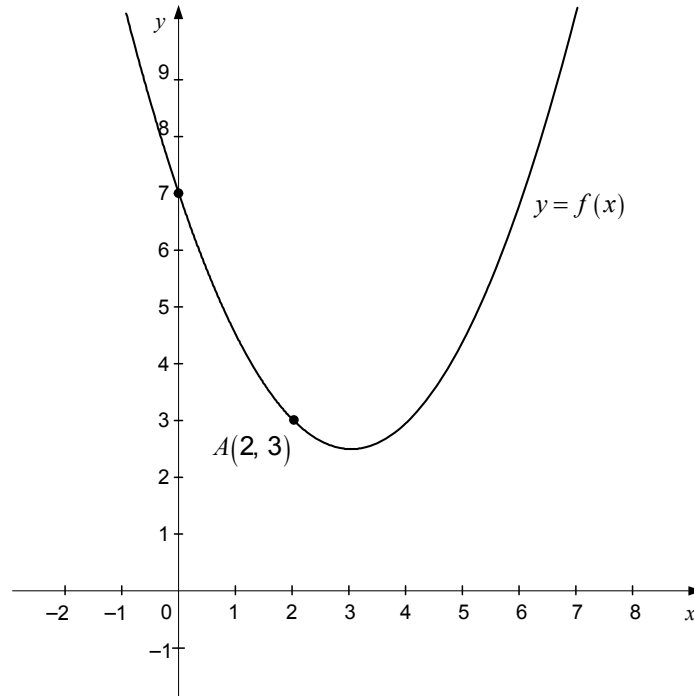


10. L'organizzatore di una serie di concerti ha ordinato in una tipografia, per il primo concerto, 200 manifesti e 150 adesivi, per un costo complessivo di 660 EUR; per il secondo concerto, invece, ha ordinato 240 manifesti e 100 adesivi, per un costo complessivo di 600 EUR. Quanto costano rispettivamente un manifesto e un adesivo?

*(6 punti)*



11. La figura mostra il grafico della funzione  $f$  con la dipendenza  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + c$  e il punto  $A$ .  
Scrivete il valore della costante  $c$ . Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico della  
funzione  $f$  nel punto  $A$ .



(6 punti)

**PARTE SECONDA**

Scegliete due quesiti, indicate nella pagina iniziale della prova d'esame i loro numeri successivi e risolvetele.

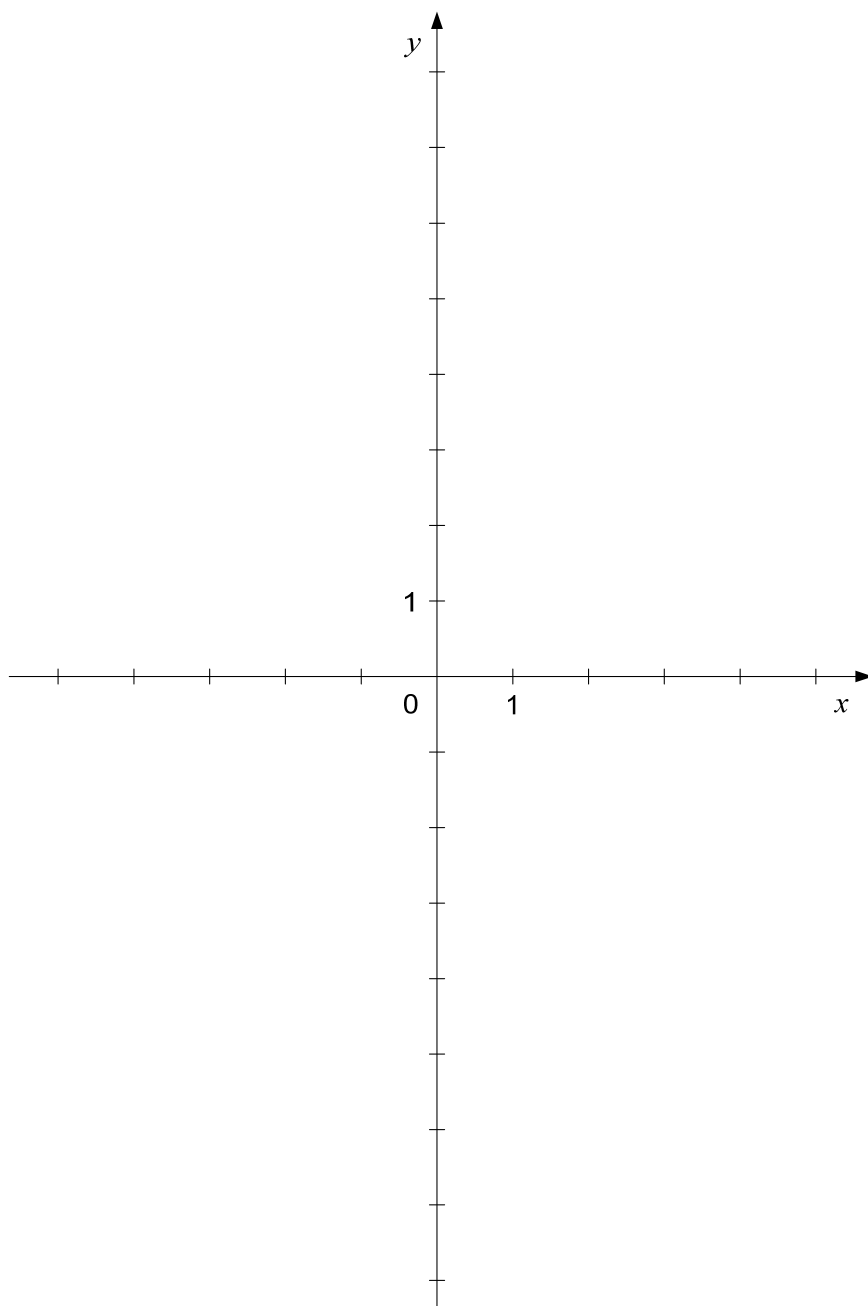
1. È dato il polinomio  $p$  con la dipendenza  $p(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ .

1.1. Calcolate con esattezza  $p(\sqrt{2})$ .

(2 punti)

1.2. Calcolate gli zeri e il termine noto del polinomio  $p$ . Nel sistema di coordinate dato tracciate il grafico del polinomio  $p$ . Scrivete il numero naturale  $x$ , per il quale vale che  $p(x) < 0$ .

(8 punti)







P 2 1 1 C 1 0 1 1 1 1 7



2. È data la successione aritmetica di termine generale  $a_n = 18n - 215$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .
- 2.1. Scrivete il primo termine e la ragione della successione. Calcolate per quale numero naturale  $n$  il numero 181 è un termine della successione.  
*(4 punti)*
- 2.2. Quanti termini iniziali di tale successione dobbiamo sommare affinché la loro somma sia uguale a 728?  
*(6 punti)*



P 2 1 1 C 1 0 1 1 1 1 9



3. Un quadrato, il cui lato misura 5 cm, viene fatto ruotare di  $360^\circ$  attorno a uno dei suoi lati.
- 3.1. Disegnate lo schizzo del solido di rotazione così ottenuto. Calcolate l'area della superficie totale e il volume del solido di rotazione ottenuto.
- (5 punti)*
- 3.2. Calcolate la lunghezza della diagonale della sezione assiale del solido di rotazione e l'ampiezza dell'angolo  $\varphi$ , che tale diagonale racchiude con la base del solido di rotazione. Scrivete l'ampiezza dell'angolo  $\varphi$  con l'esattezza al primo di grado.
- (5 punti)*



P 2 1 1 C 1 0 1 1 1 2 1



**Pagina vuota**



P 2 1 1 C 1 0 1 1 1 2 3

# Pagina vuota



**Pagina vuota**