



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 0 7 3 C 1 0 1 1 1 1

SESSIONE INVERNALE

# MATEMATICA

Prova d'esame

**Mercoledì, 13 febbraio 2008 / 120 minuti senza interruzioni**

*Requisiti consentiti: penna stilografica o penna a sfera, matita, gomma, calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e priva del calcolo letterale, compasso, squadra, righello e goniometro.  
Al fascicolo d'esame sono allegati due fogli per gli appunti e la scheda di valutazione.*

PROVA DI MATURITÀ PROFESSIONALE

## INDICAZIONI PER IL CANDIDATO

**Leggete attentamente le seguenti indicazioni. Non voltate pagina e non iniziate a risolvere i quesiti prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice nello spazio apposito su questa pagina in alto e sulla scheda di valutazione.

Questa prova d'esame è composta da due parti. Accanto ad ogni esercizio sono indicati i punti previsti per la sua soluzione. Nella prima parte risolvete tutti e 9 gli esercizi proposti. Nella seconda parte sono proposti tre esercizi. Sceglietene due e risolvetele.

**È d'obbligo l'uso della penna stilografica o della penna a sfera. In caso di errore tracciate una barra sulla risposta errata e scrivetela nuovamente. Gli esercizi le cui soluzioni non sono chiare e leggibili saranno valutati con zero (0) punti. Se avete risolto un esercizio in modi diversi, indicate in modo inequivocabile quello da valutare.**

Usate la matita per i grafici delle funzioni, per le costruzioni geometriche e per i disegni a mano libera. Scrivete in modo leggibile e ordinato.

Ogni procedimento di soluzione va presentato in modo comprensibile dall'inizio alla fine, con tutti i calcoli ed i risultati intermedi.

Alle pagine 2 e 3 troverete le formule matematiche che possono fornirvi un aiuto nella soluzione degli esercizi.

Segnate con una **x** nella tabella sottostante i due quesiti che avete scelto per la seconda parte.

1° quesito	2° quesito	3° quesito

I valutatori non esamineranno i fogli previsti per gli appunti.

Leggete attentamente ogni esercizio prima di risolverlo.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Buon lavoro.

*Questo fascicolo comprende 20 pagine, di cui 2 bianche.*

## FORMULE

### 1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano

- **Area (A) del triangolo di vertici**  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- **Angolo tra due rette:**  $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

### 2. Geometria del piano (l'area di ogni figura è indicata con A)

- **Triangolo:**  

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen} \gamma$$

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e circoscritta (R) ad un triangolo:**  

$$r = \frac{A}{p}, \quad \left( p = \frac{a+b+c}{2} \right); \quad R = \frac{abc}{4A}$$
- **Triangolo equilatero:**  $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ,  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ ,  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Romboide, rombo:**  $A = \frac{e \cdot f}{2}$ , **trapezio:**  $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:**  $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area del settore circolare:**  $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:**  $\frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{c}{\operatorname{sen} \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

### 3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base del solido)

- **Prisma e cilindro:**  $A_t = 2B + A_l$ ,  $V = B \cdot h$
- **Piramide:**  $A_t = B + A_l$ ,  $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Cono retto:**  $A_t = \pi r \cdot (r + l)$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$
- **Sfera:**  $A = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

#### 4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

#### 5. La funzione e l'equazione di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:**  $V(p, q)$ ,  $p = -\frac{b}{2a}$ ,  $q = -\frac{D}{4a}$ ,  $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Zeri:**  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

#### 6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

#### 7. Successioni

- **Progressione aritmetica:**  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:**  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

#### 8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$ ,  $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$
- **Varianza:**  $\sigma^2 = \frac{1}{k}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_k - \bar{x})^2]$   

$$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \bar{x})^2 + f_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(x_k - \bar{x})^2}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$
- **Scarto quadratico medio o deviazione standard:**  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

PAGINA BIANCA

**Parte I**  
**Risolvete tutti i quesiti.**

1. Segnate con un "SÌ" le uguaglianze corrette e con un "NO" quelle non corrette.

a)  $(x - y)^2 = x^2 + y^2$

b)  $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$

c)  $(2 - x)(4 + 2x + x^2) = 8 - x^3$

d)  $x^2 - 3x + 2 = (x - 2)(x + 1)$

*(4 punti)*

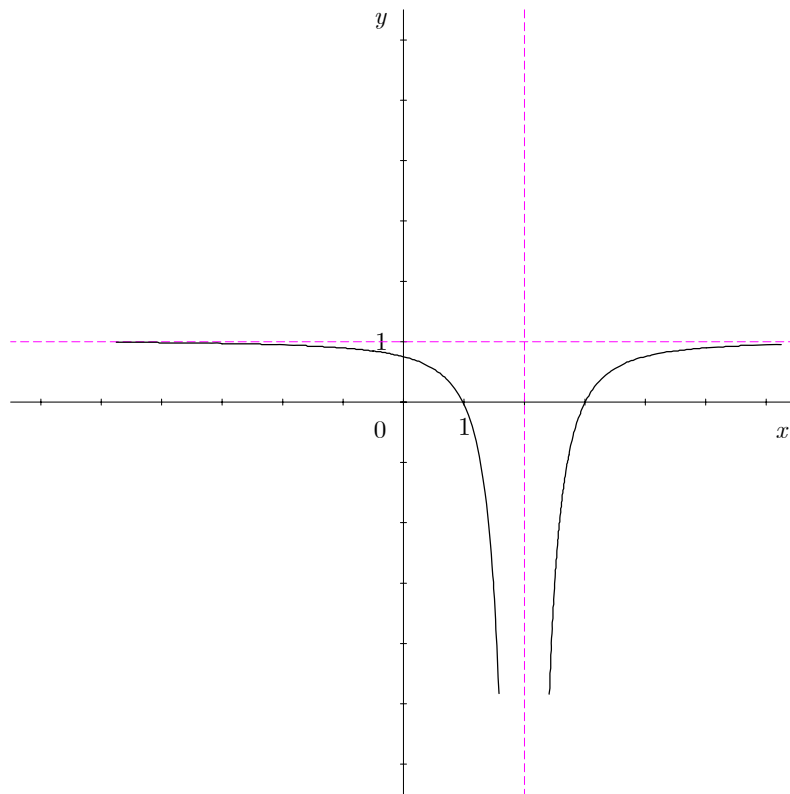
2. Calcolate il valore esatto dell'espressione:  $\sqrt[3]{1 + \sqrt{49}} - \sqrt[3]{-8}$ .

*(4 punti)*

3. Un paio di scarpe costava 120 euro. Durante il periodo dei saldi il suo prezzo viene scontato del 15 %. In caso di pagamento in contanti, il negozio riconosce poi un ulteriore sconto di 5 euro. Quanto vengono a costare le scarpe se acquistate durante il periodo dei saldi e pagate in contanti?

*(4 punti)*

4. Nella figura è tracciato il grafico di una funzione razionale. Scrivi gli zeri, il polo e l'equazione dell'asintoto orizzontale di tale funzione.



(4 punti)

Zeri:

Polo:

Equazione dell'asintoto orizzontale:



5. Le due righe sottostanti contengono altrettante progressioni aritmetiche. Scrivete negli appositi spazi i termini mancanti di tali progressioni.

a) 1, -1, -3, ,

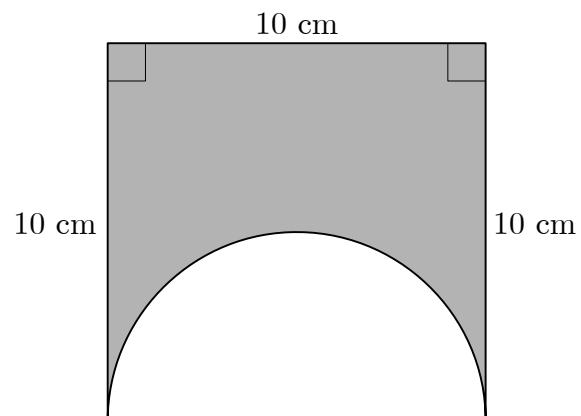
b) 2, , 6, 8,

(4 punti)

6. Una delle soluzioni dell'equazione  $x^3 + 12x^2 + 5x - 150 = 0$  è  $x = -10$ . Calcolate le rimanenti due soluzioni.

*(5 punti)*

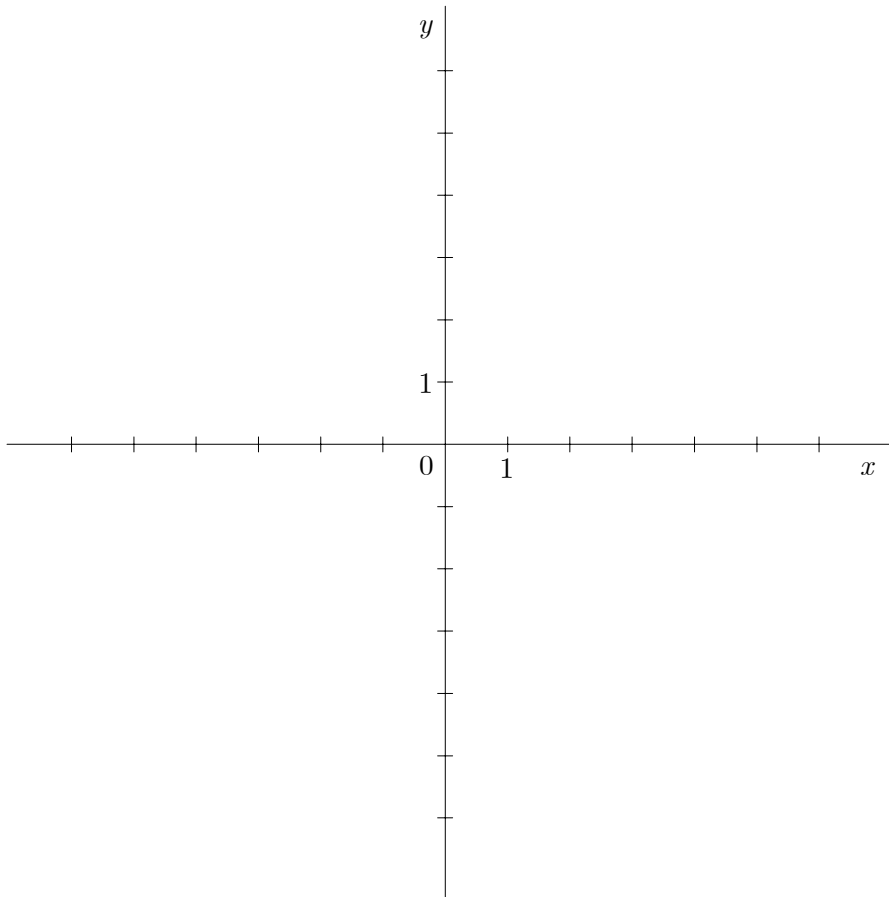
7. Calcolate l'area della parte ombreggiata della figura disegnata qui sotto. Esprimate il risultato con un numero a due cifre decimali.



(5 punti)

8. Sia data la parabola  $y = x^2 + 2x - 3$ . Calcolate le coordinate del vertice e le coordinate dei punti d'intersezione della parabola con gli assi cartesiani. Disegnate il suo grafico.

(5 punti)



9. Risolvete l'equazione:  $4 \cdot 2^{x-3} = \frac{1}{8}$ .

*(5 punti)*

**Parte II****Scegliete due quesiti, cerchiate i numeri a essi corrispondenti e risolvete.**

1. Siano date due rette  $y = 3x$  e  $y = -2x + 5$ .

*(Totale 15 punti)*

a) Nel sistema cartesiano che trovate qui sotto, tracciate le rette e calcolate le coordinate del loro punto d'intersezione.

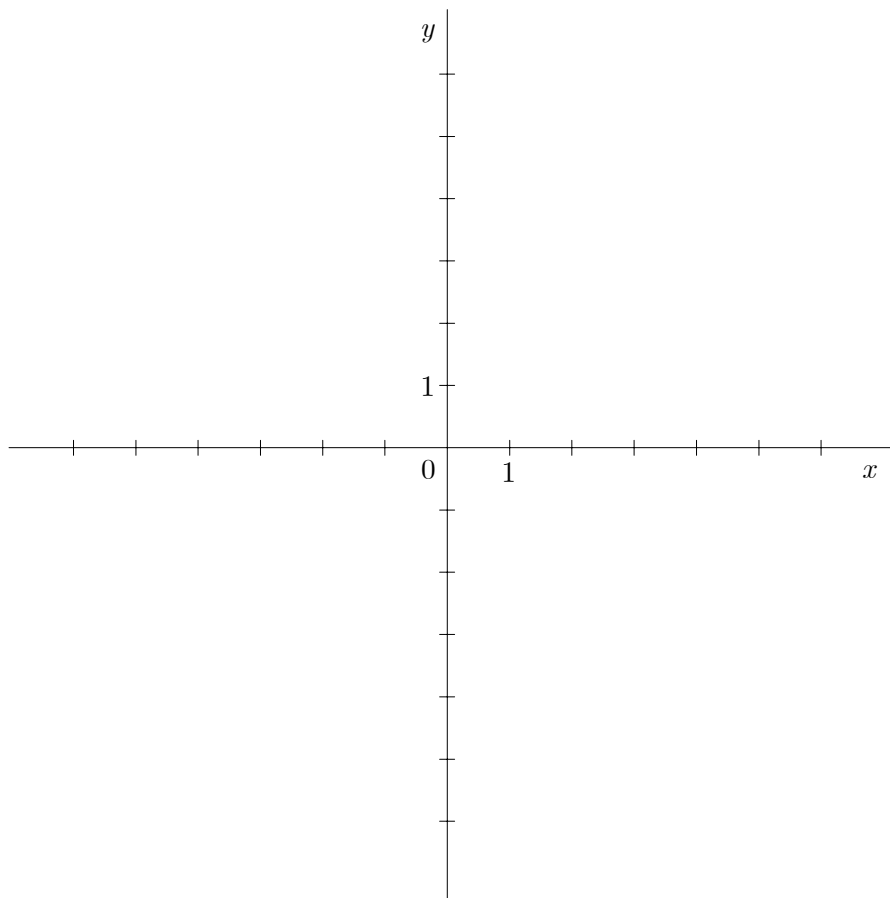
*(6 punti)*

b) Calcolate l'area del triangolo determinato dalle due rette e dall'asse delle ascisse.

*(4 punti)*

c) Calcolate l'ampiezza del maggiore degli angoli interni del triangolo con una precisione al minuto primo.

*(5 punti)*





2. Sia dato un cerchio di raggio 12 cm .

*(Totale 15 punti)*

a) Calcolate l'ampiezza dell'angolo al centro cui corrisponde una corda lunga 4 cm. Disegnatene lo schizzo.

*(4 punti)*

b) Il 73 % della superficie del cerchio è colorata di rosso. Quanti  $\text{cm}^2$  misura la parte colorata in rosso del cerchio?

*(6 punti)*

c) Calcolate il perimetro e l'area del quadrato circoscritto al cerchio.

*(5 punti)*





3. All'inizio degli studi universitari Carlo e Luisa ricevettero due identiche borse di studio dell'importo mensile di 200 euro ciascuna. L'importo delle borse di studio è poi cresciuto ogni 12 mesi, e precisamente quello della borsa di Carlo del 12 %, mentre quello della borsa di Luisa di 20 euro.

*(Totale 15 punti)*

- a) A quanto ammonta l'importo mensile della borsa di studio di Carlo dopo 25 mesi?  
*(4 punti)*
- b) Quale dei due studenti, dopo 30 mesi, dispone della borsa di studio di importo maggiore? Di quanto tale borsa di studio è maggiore in percentuale rispetto all'altra?  
*(7 punti)*
- c) Calcolate a quanto ammonta complessivamente la somma di denaro ricevuta da Carlo in tre anni come borsa di studio.  
*(4 punti)*



PAGINA BIANCA