



Codice del candidato:

--

Državni izpitni center



P 1 0 3 C 1 0 1 1 1 1

SESSIONE INVERNALE

# MATEMATICA

Prova d'esame

**Giovedì, 10 febbraio 2011 / 120 minuti**

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello, goniometro e "trigonir".  
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

**MATURITÀ PROFESSIONALE**

## INDICAZIONI PER I CANDIDATI

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 9 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglietene due e risolvetele. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 40 nella prima parte e 30 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 2 e 3.

**Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte.**

In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile sarà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 20 pagine, di cui 2 bianche.*

## FORMULE

## 1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:**  $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:**  $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare:**  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:**  $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:**  $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con  $A$ )

- **Triangolo:**  $A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$   
 $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta ( $r$ ) e di quella circoscritta ( $R$ ) a un triangolo:**  
 $r = \frac{A}{s}$ ,  $\left( s = \frac{a+b+c}{2} \right)$ ;  $R = \frac{abc}{4A}$
- **Triangolo equilatero:**  $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ,  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ ,  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:**  $A = \frac{e \cdot f}{2}$     • **Rombo:**  $A = a^2 \sin \alpha$     • **Trapezio:**  $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
- **Parallelogramma:**  $A = ab \sin \alpha$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:**  $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:**  $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:**  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi di solidi ( $B$  indica l'area di base)

- **Prisma:**  $A_t = 2B + A_l$ ,  $V = B \cdot h$
- **Piramide:**  $A_t = B + A_l$ ,  $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Sfera:**  $A_t = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:**  
 $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$ ,  $V = \pi r^2 h$
- **Cono:**  $A_t = \pi r(r + l)$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

#### 4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

#### 5. Funzioni ed equazioni di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$       **Vertice:**  $V(p, q)$ ,  $p = \frac{-b}{2a}$ ,  $q = \frac{-D}{4a}$ ,  $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$       **Zeri:**  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

#### 6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

#### 7. Successioni

- **Progressione aritmetica:**  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:**  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:**  $M = C + I$ ;  $I = \frac{C \cdot n \cdot p}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:**  $M = C(1+i)^n$ ,  $i = \frac{p}{100}$

#### 8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$ ,  
 $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

**Pagina bianca**

**Parte prima**  
**Risolvete tutti i quesiti.**

1. Risolvete l'equazione:  $\frac{x}{3} - \frac{2x-1}{4} = x - \frac{25}{12}$ .

*(4 punti)*

2. Calcolate con esattezza:  $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} - 3^0 \cdot 3^{-1}$ .

*(4 punti)*

3. Dei biscotti alla crema di cioccolato contengono il 30 % di crema. Questa contiene  $\frac{1}{5}$  di puro cacao. Quanti grammi di cacao puro ci sono in 100 g di biscotti?

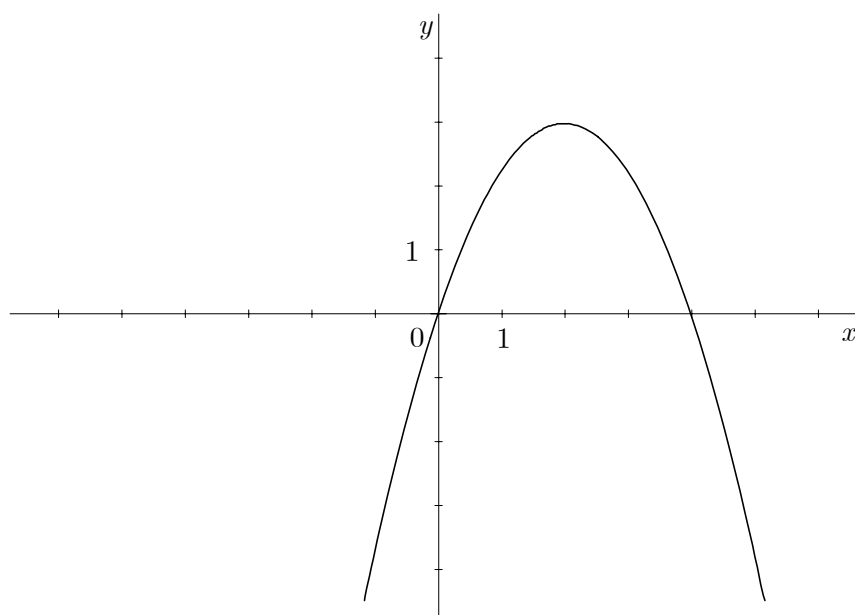
*(4 punti)*

4. L'altezza di un muro verticale misura 4,8 m. Matteo dispone di una scala da appoggio lunga 5,2 m. Sotto che angolo di inclinazione rispetto al pavimento deve appoggiare la scala al muro affinché l'estremità della scala raggiunga esattamente la sommità del muro? Disegnate uno schizzo.

*(4 punti)*



5. La figura rappresenta il grafico di una funzione di secondo grado.



Determinate i seguenti elementi della funzione:

gli zeri:

il vertice:

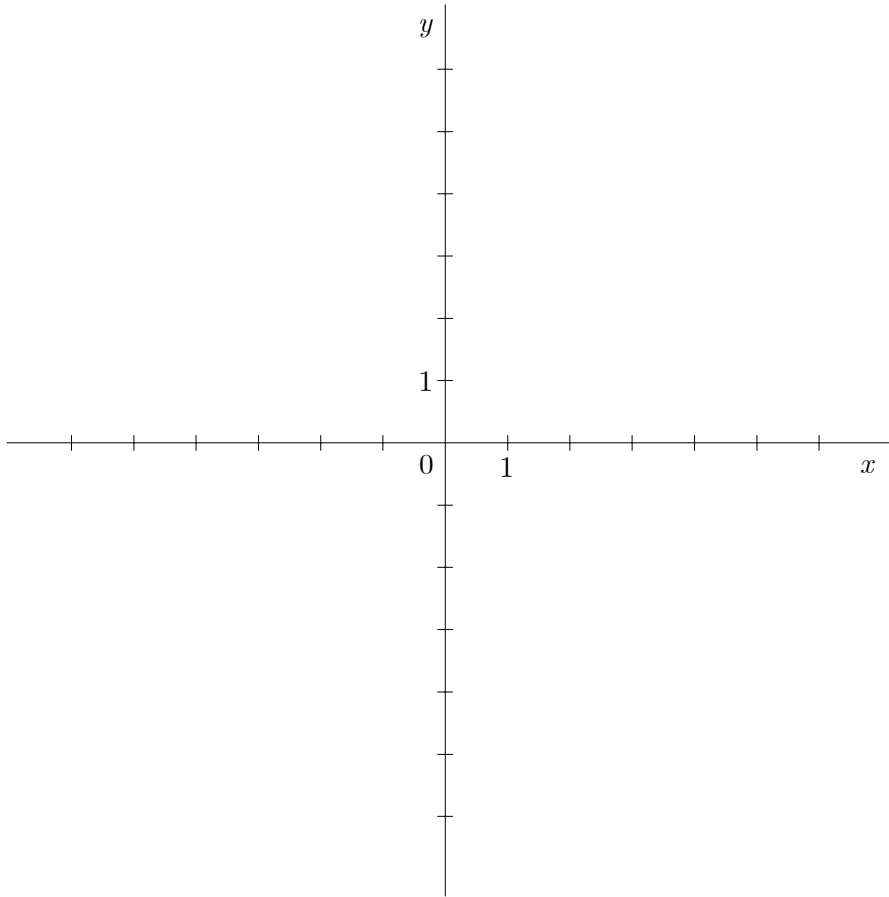
l'intervallo in cui la funzione è crescente:

l'intervallo in cui la funzione assume valori positivi:

*(4 punti)*

6. Nel sistema cartesiano sottostante tracciate la retta di equazione  $y = -\frac{1}{3}x + 1$ . Verificate con il calcolo se il punto  $A(12, -5)$  appartiene alla retta.

(5 punti)



7. Risolvete l'equazione:  $3^{2x+1} \cdot \frac{1}{9} = 27$ .

*(5 punti)*

8. Determinate il termine mancante della successione  $2, 4, \square, 16 \dots$  in modo che essa risulti una progressione geometrica. Calcolate la somma dei primi otto termini di tale progressione.

*(5 punti)*

9. Calcolate con esattezza il valore dell'espressione  $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 2)^2}{\sqrt{8}}$  e poi razionalizzate il risultato.

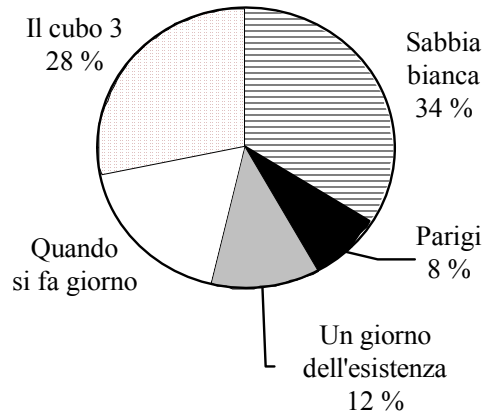
*(5 punti)*

### Parte seconda

Scegliete due quesiti, cerchiatene il numero progressivo e risolvete.

1. In maggio al cinema Odeon c'erano in cartellone 5 film diversi. L'areogramma sottostante rappresenta le varie quote di spettatori per ogni film, riferite al totale degli spettatori che nel mese di maggio hanno frequentato il cinema Odeon. Il film più visto ha totalizzato ben 1768 spettatori.

(Totale 15 punti)



- a) Completate la tabella sottostante.

<i>Titoli dei film</i>	<i>Frequenza relativa</i>	<i>Frequenza assoluta</i>
Sabbia bianca		
Il cubo 3		
Quando si fa giorno		
Un giorno dell'esistenza		
Parigi		

(8 punti)

- b) Quanti spettatori in totale hanno frequentato in maggio il cinema Odeon? Quanti erano in totale gli spettatori che hanno assistito alla rappresentazione dei tre film meno visti?

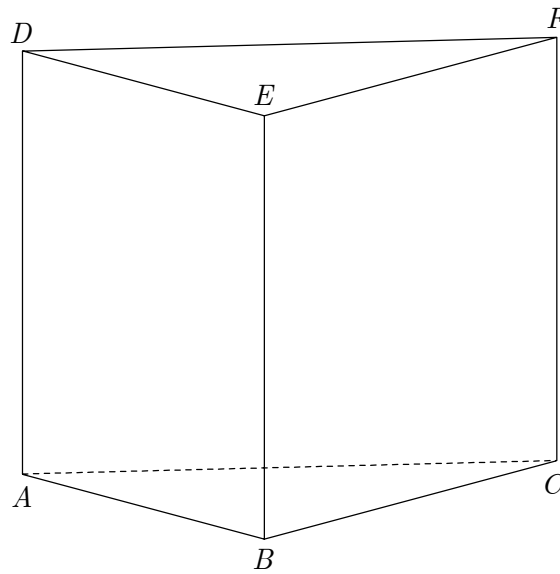
(4 punti)

- c) In maggio il prezzo del biglietto era di 5 Euro. Calcolate quanti Euro in più sono stati incassati per il film più visto rispetto a quelli incassati per il film meno visto.

(3 punti)



2. La figura rappresenta il prisma triangolare retto  $ABCDEF$ . L'angolo  $\sphericalangle ABC$  misura  $150^\circ$ ,  $|AB| = 33$  cm e  $|BC| = 40$  cm. L'altezza del prisma è di 56 cm.



a) Calcolate la lunghezza del segmento  $BD$ .

(Totale 15 punti)

(3 punti)

b) Calcolate il volume del prisma esprimendo il risultato in  $\text{dm}^3$ .

(6 punti)

c) Calcolate l'area laterale del prisma. Esprimete il risultato in  $\text{dm}^2$ .

(6 punti)





3. Sia data la funzione razionale:  $f(x) = \frac{x-2}{x^2+2x+1}$ .

(Totale 15 punti)

a) Determinate i seguenti elementi di tale funzione:

(5 punti)

lo zero: \_\_\_\_\_

il polo: \_\_\_\_\_

l'equazione dell'asintoto orizzontale: \_\_\_\_\_

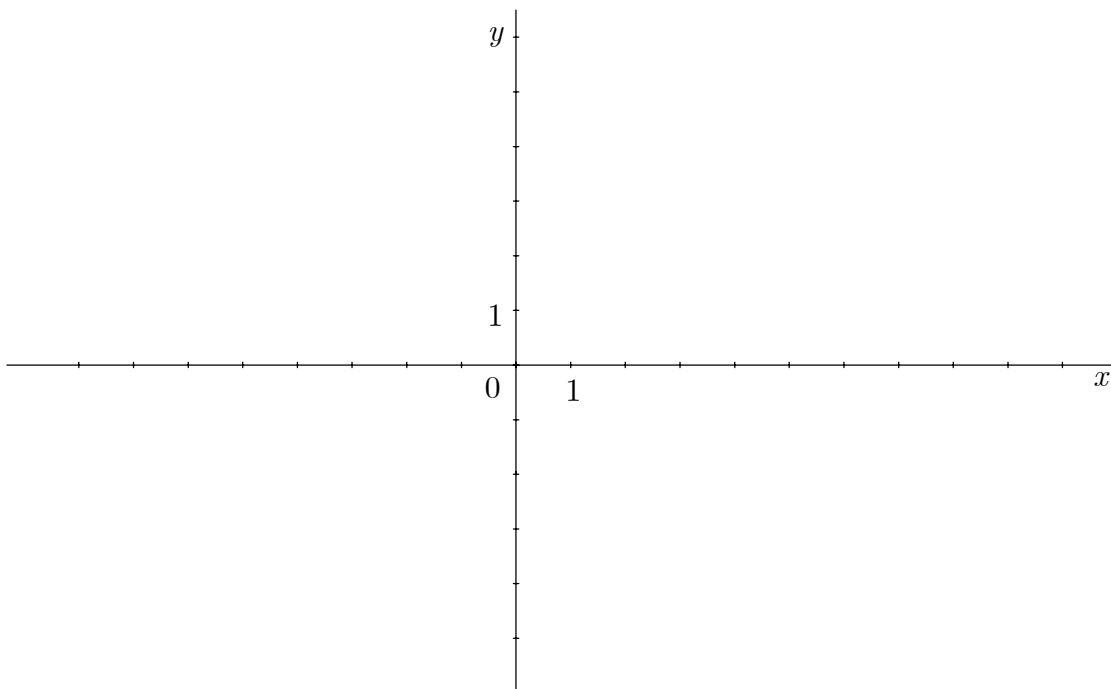
l'intersezione con l'asse delle ordinate: \_\_\_\_\_

b) Disegnate il grafico della funzione nel sistema cartesiano già tracciato.

(6 punti)

c) Calcolate con esattezza  $f(3) - f(-2)$ .

(4 punti)





**Pagina bianca**