



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 1 1 3 C 1 0 1 1 1 I

SESSIONE INVERNALE

MATEMATICA

Prova d'esame

Martedì, 7 febbraio 2012 / 120 minuti

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello, goniometro e "trigonir".
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 9 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglietene due e risolvetele. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 40 nella prima parte e 30 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 2 e 3.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte.

In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile sarà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non saranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 2 bianche.

FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:** $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:** $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:** $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:** $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con A)

- **Triangolo:** $A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$
 $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e di quella circoscritta (R) a un triangolo:**
 $r = \frac{A}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$; $R = \frac{abc}{4A}$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:** $A = \frac{e \cdot f}{2}$ • **Rombo:** $A = a^2 \sin \alpha$ • **Trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
- **Parallelogramma:** $A = ab \sin \alpha$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:** $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi di solidi (B indica l'area di base)

- **Prisma:** $A_t = 2B + A_l$, $V = B \cdot h$
- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Sfera:** $A_t = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:**
 $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$, $V = \pi r^2 h$
- **Cono:** $A_t = \pi r(r + l)$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Funzioni ed equazioni di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Vertice:** $V(p, q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Zeri:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Successioni

- **Progressione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:** $M = C + I$; $I = \frac{C \cdot n \cdot p}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:** $M = C(1+i)^n$, $i = \frac{p}{100}$

8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$,
 $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

Pagina vuota

Parte prima.
Risolvete tutti i quesiti.

1. Senza usare la calcolatrice tascabile calcolate il valore dell'espressione inserendo $a = 2$.

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{-2} \cdot \frac{3}{2a} + \left(\frac{5}{3}\right)^{2a-4}.$$

(4 punti)

2. Risolvete l'equazione: $\frac{x}{6} - \frac{x-1}{3} = \frac{2x+3}{2}$.

(4 punti)

3. Sia data la retta $y = \frac{1}{3}x + 1$. Determinate il valore di y in modo tale che il punto $T(3, y)$ si trovi sulla retta. Calcolate la distanza tra il punto T e l'origine del sistema cartesiano.

(4 punti)

4. Un'asse di legno lunga un metro viene segata in cinque pezzi diversi le cui lunghezze misurano: 350 mm, $\frac{3}{2}$ dm, $\frac{1}{4}$ m e 0,12 dm. Calcolate con esattezza la lunghezza del quinto pezzo dell'asse.

(4 punti)

5. Per il pranzo la mamma ha preparato 1,2 kg di risotto. Ha utilizzato il 75 % di riso, il 20 % di carne e della verdura. Quanti grammi di verdura conteneva il risotto?

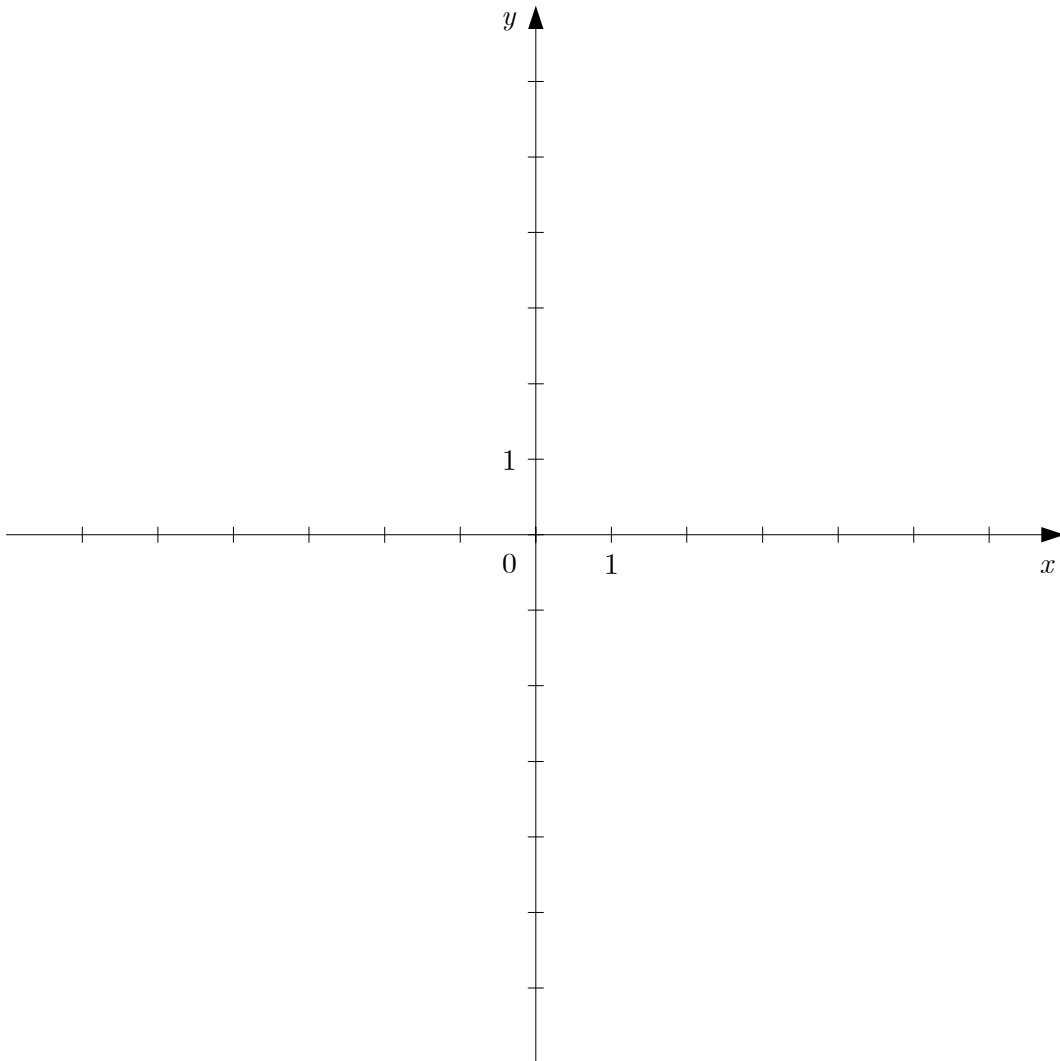
(4 punti)

6. In una progressione aritmetica il primo termine $a_1 = 8$ e $a_2 + a_3 = 13$. Calcolate la ragione d e la somma dei primi quattro termini della progressione.

(5 punti)

7. Calcolate lo zero, il polo e l'asintoto orizzontale della funzione razionale $f(x) = \frac{2x - 2}{x + 1}$.
Tracciate il grafico della funzione nel sistema cartesiano sottostante.

(5 punti)



8. Risolvete l'equazione: $\log x + \log 2 = \log(x^2 + 1)$.

(5 punti)

9. Per il triangolo ABC vale: $b = 12$ cm, $c = 8$ cm e $\alpha = 135^\circ$. Calcolate la lunghezza del lato a e l'area del triangolo ABC .

(5 punti)

Parte seconda.**Scegliete due quesiti, cerchiatene il numero progressivo e risolvete.**

1. Sia dato il polinomio $p(x) = x^3 - 3x - 2$.

(Totale 15 punti)

a) Calcolate gli zeri del polinomio e l'intersezione del suo grafico con l'asse delle ordinate.

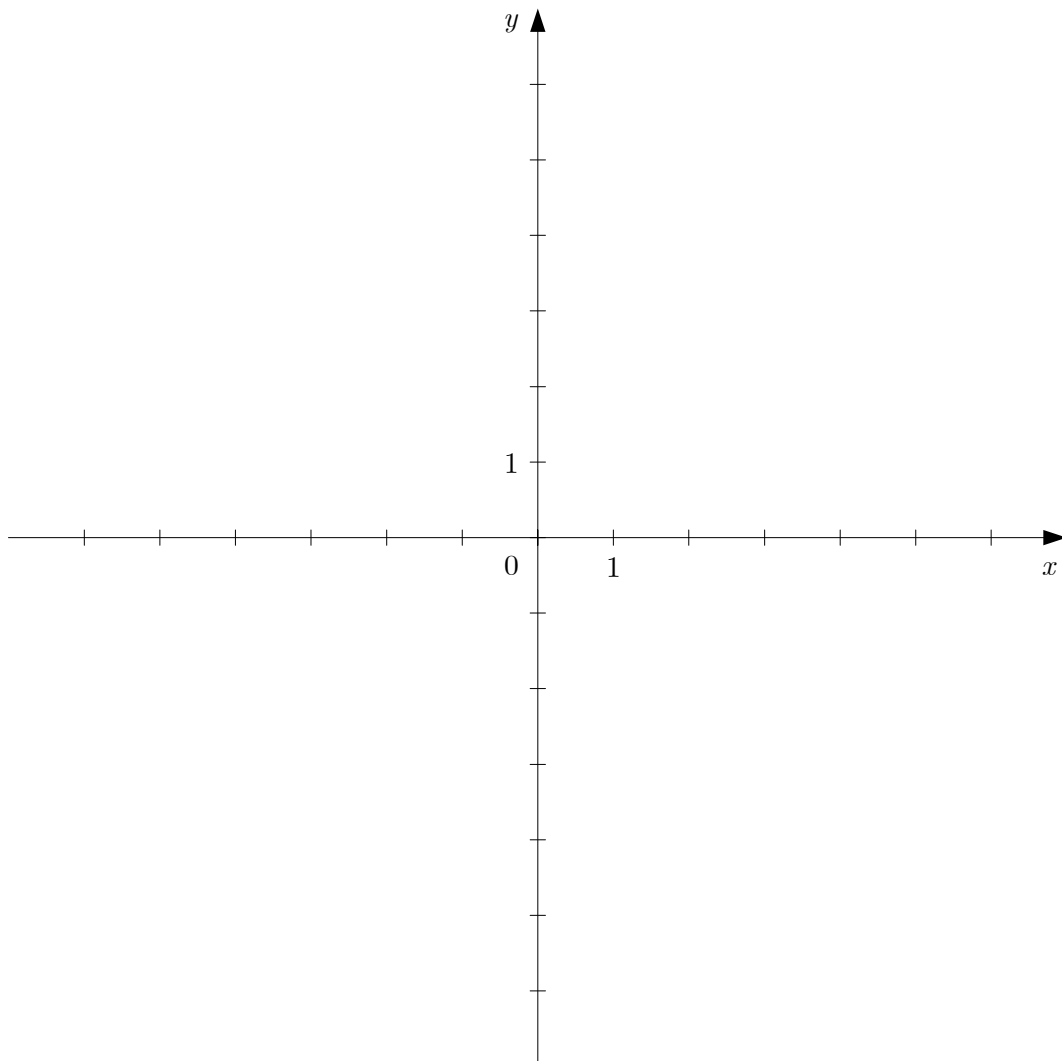
(6 punti)

b) Disegnate il grafico del polinomio nel sistema cartesiano dato.

(4 punti)

c) Calcolate le ascisse dei punti d'intersezione del grafico del polinomio con la retta $y = x - 2$.

(5 punti)



2. I coniugi Novak hanno deciso di sostituire le piastrelle nel bagno; le sue dimensioni sono 3,6 m di lunghezza, 3 m di larghezza e 2,4 m di altezza. Le piastrelle sono tutte uguali e misurano 20 cm x 30 cm. Sono state sostituite le piastrelle del pavimento e di due pareti attigue.

(Totale 15 punti)

a) Quanti metri quadrati misura l'area ricoperta con le piastrelle nuove?

(5 punti)

b) Quante piastrelle sono state utilizzate?

(4 punti)

c) Sapendo che un metro quadrato di piastrelle costa 15 euro, quanto avrebbero risparmiato i coniugi Novak se avessero rinnovato soltanto il pavimento e una delle pareti minori?

(6 punti)

3. In luglio, con il lavoro studentesco Tina ha guadagnato 218,40 Euro, Lea 98,20 Euro, Meta invece 101,60 Euro. In agosto Tina ha guadagnato un quinto di meno, Lea ha guadagnato il 15 % in più e Meta il medesimo importo di luglio.

(Totale 15 punti)

- a) Calcolate gli importi mancanti e completate la tabella.

	Tina	Lea	Meta
Guadagni di luglio in Euro			
Guadagni di agosto in Euro			

(5 punti)

- b) Calcolate il guadagno medio delle tre ragazze in luglio e in agosto. Calcolate a quanti Euro ammonta la differenza tra il guadagno medio di luglio e quello di agosto.

(5 punti)

- c) Meta ha versato tutto il suo guadagno in una banca che applica il tasso d'interesse annuo del 2,5 % con capitalizzazione annua degli interessi (interesse composto). Calcolate di quanti Euro in più disporrà Meta fra quattro anni.

(5 punti)

Pagina vuota