

Programma per l'esame di maturità professionale

Matematica

■ Poklicna matura

Il presente documento ha validità dalla sessione primaverile
dell'anno **2012** fino alla sua sostituzione.

La validità del documento per l'anno in cui il candidato deve sostenere l'esame di
maturità è indicata nel relativo Catalogo dell'esame di maturità professionale.

Ljubljana 2010



Državni izpitni center

INDICE

1. Introduzione	5
2. Obiettivi dell'esame	6
3. Articolazione e valutazione dell'esame	7
3.1 Schema dell'esame	7
3.2 Tipi di quesiti e loro valutazione	8
4. Contenuti dell'esame	9
5. Adattamenti per candidati diversamente abili	15
6. Allegati	16
6.1 Simboli matematici	16
6.2 Formule allegate al fascicolo d'esame	19
6.3 Esempi tipici di quesiti d'esame	22
6.4 Istruzioni per valutare i quesiti della prova scritta	40
6.5 Esame orale	42
7. Bibliografia e materiali consigliati	44

1. INTRODUZIONE

Il presente programma è destinato ai candidati che sceglieranno la matematica quale terza materia da affrontare all'esame di maturità professionale. Esso rappresenta anche un valido aiuto per i docenti che prepareranno gli alunni all'esame.

Nel presente documento si fa riferimento al catalogo del sapere per i programmi delle scuole tecniche dell'anno 2007 (che comprendono un fondo ore variabile da un minimo di 383 a un massimo di 408 ore), nonché ai diversi programmi per l'istruzione professionale e tecnica del 2007, che prevedono dalle 206 alle 242 ore di matematica. Il catalogo fa inoltre riferimento al Regolamento sulla maturità negli istituti tecnici e alla Legge sull'esame di maturità (Zmat-UPB1, Boll. Uff. della RS, n. 1/07).

L'esame di matematica comprende una parte scritta e una parte orale.

Nel catalogo sono descritti gli obiettivi da verificare, la struttura dell'esame, i punteggi da assegnare e la relativa valutazione. Gli argomenti oggetto di verifica sono sistemati in due colonne: nella prima sono elencati i contenuti e i concetti, nella seconda sono scritti gli obiettivi sottoposti a verifica.

Nel catalogo si trovano un elenco di simboli e uno di formule matematiche, che i candidati possono utilizzare durante la prova scritta. Inoltre, sono proposti alcuni esempi di quesiti con le relative soluzioni e punteggi, e con l'indicazione dei criteri per la loro valutazione.

Infine, sono descritte le modalità di svolgimento dell'esame per i candidati diversamente abili.

2. OBIETTIVI DELL'ESAME

L'esame verifica in quale misura il candidato è in grado di:

- leggere un testo e tradurlo in espressione matematica,
- comprendere informazioni espresse con strumenti matematici e usarle nella ricerca di soluzioni adeguate,
- usare la terminologia e i simboli matematici,
- scrivere e risolvere quesiti matematici in modo sistematico, esatto, autonomo e ordinato,
- usare la matematica come linguaggio di comunicazione,
- usare la matematica come mezzo di comunicazione,
- comprendere e usare i concetti matematici fondamentali e le relazioni che tra essi intercorrono,
- risolvere problemi matematici,
- applicare con senso critico metodi risolutivi, argomentare e motivare risultati,
- applicare la matematica sia in ambiti professionali sia in altri ambiti,
- usare supporti tecnologici adeguati
- usare altri strumenti consentiti.

3. ARTICOLAZIONE E VALUTAZIONE DELL'ESAME

3.1 SCHEMA DELL'ESAME

L'esame di matematica comprende una parte scritta e una orale. La parte scritta è unica per tutti i candidati a livello nazionale e si svolge in tutta la Slovenia nelle medesime date. La valutazione è interna ed è effettuata in ogni scuola dagli insegnanti della disciplina.

■ Parte scritta

La prova scritta è predisposta dalla competente Commissione nazionale di maturità negli Istituti Tecnici, che prepara anche il relativo punteggio e le indicazioni per la valutazione.

Fascicolo d'esame	Tempo a disposizione	Numero punti	Apporto al voto
1	120 minuti	70	70 %
Parte I		(40)	(40 %)
Parte II		(30)	(30 %)

Gli strumenti e i materiali consentiti durante la prova scritta sono: penna stilografica oppure penna a sfera, matita, gomma, calcolatrice tascabile non programmabile, compasso, squadra, righello e rapportatore.

Il fascicolo d'esame comprende anche due pagine di formule che il candidato può consultare per risolvere i quesiti.

Per le costruzioni geometriche è necessario utilizzare gli strumenti in uso per la geometria. Nella risoluzione degli esercizi, i candidati devono presentare in modo chiaro e corretto il procedimento adottato, i calcoli intermedi e le deduzioni che conducono al risultato.

■ Parte orale dell'esame

La lista delle domande e le schede per la parte orale dell'esame sono preparate in ogni scuola dagli insegnanti della disciplina e fanno riferimento al presente documento. Nella lista sono riportate separatamente le domande di teoria e gli esercizi che presentano diversi tipi di situazioni problematiche, riferite soprattutto al profilo professionale specifico del candidato e alla vita quotidiana. Ogni scheda per la parte orale dell'esame presenta una situazione problematica attinente al profilo professionale specifico oppure alla vita quotidiana e tre domande di teoria, collegate o riconducibili alla situazione stessa. Le domande devono verificare competenze matematiche differenti e obiettivi riferiti ad argomenti diversi.

	Tempo a disposizione	Numero punti	Apporto al voto
1 situazione e 3 domande	fino a 20 minuti	30	30 %

Strumenti consentiti durante la prova orale: penna stilografica oppure penna a sfera, matita, gomma, compasso, squadra, righello, goniometro, "trigonir", calcolatrice programmabile oppure computer corredato di software usato dal candidato durante le lezioni di matematica e autorizzato dagli insegnanti della stessa scuola.

Ogni candidato ha diritto a 15 minuti per prepararsi alla prova orale.

3.2 TIPI DI QUESITI E LORO VALUTAZIONE

Esame	Tipi di quesiti	Valutazione dei quesiti
Parte I della prova scritta	9 quesiti brevi	5 quesiti da 4 punti ciascuno e 4 quesiti da 5 punti ciascuno.
Parte II della prova scritta	3 quesiti strutturati: il candidato ne deve scegliere e risolvere due	Per ciascun quesito si possono conseguire fino a 15 punti.
Esame orale	Una situazione problematica riferita al profilo professionale specifico oppure alla vita quotidiana e tre domande di teoria, collegate o riconducibili alla situazione stessa	La situazione problematica completa, comprensiva delle domande, permette di conseguire fino a un massimo di 30 punti, di cui almeno 10 per la situazione problematica, per il collegamento delle domande di teoria alla situazione e per l'uso adeguato degli strumenti tecnologici.

4. CONTENUTI DELL'ESAME

ARGOMENTI

- Insiemi numerici
- Geometria
- Funzioni ed equazioni algebriche
- Funzioni ed equazioni trascendenti
- Successioni
- Elaborazione dati
- Calcolo differenziale
- Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

■ Insiemi numerici

■ CONTENUTI, CONCETTI

Numeri naturali, interi, razionali e reali.

Proprietà delle operazioni in tutti gli insiemi numerici.

Divisibilità in \mathbb{N} e in \mathbb{Z} .

Potenze con esponenti naturali e interi.

Numeri primi e numeri composti.

Criteri di divisibilità.

Divisori e multipli.

Espressioni.

Proprietà della relazione d'uguaglianza e di disuguaglianza.

Il teorema fondamentale della divisione.

Il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo.

Numeri razionali e numeri reali.

Frazioni.

Relazione d'ordine, d'uguaglianza e di disuguaglianza e relative proprietà.

Scrittura decimale dei numeri.

Rapporti, quote, percentuali.

■ OBIETTIVI DA VERIFICARE

- Calcolare con i numeri naturali, interi, razionali e reali applicando le proprietà delle operazioni aritmetiche.
- Trovare multipli e divisori di numeri naturali e di numeri interi.
- Calcolare con le potenze con esponente naturale e intero e usare le proprietà del calcolo con le potenze.
- Conoscere le regole fondamentali per risolvere equazioni e disequazioni.
- Saper risolvere semplici equazioni e disequazioni.
- Eseguire calcoli con espressioni algebriche (potenza del binomio, fattorizzare la differenza dei quadrati, la differenza e la somma dei cubi, usare la regola di Viète).
- Conoscere la relazione di divisibilità e la relazione d'ordine.
- Conoscere e usare il teorema fondamentale della divisione.
- Conoscere i numeri primi e i numeri composti.
- Scomporre un numero composto in fattori primi.
- Trovare il massimo comune divisore di più numeri.
- Trovare il minimo comune multiplo di più numeri.
- Determinare se un numero è divisibile per 2, 3, 5, 9 e 10.
- Eseguire calcoli con frazioni numeriche e con frazioni algebriche.

■ CONTENUTI, CONCETTI

L'asse reale.
Intervalli.
Numeri irrazionali.
Scrittura decimale di un numero irrazionale.
Relazione d'ordine nell'insieme dei numeri reali \mathbb{R} .
Radice quadrata e cubica.
Arrotondamento.
Valore assoluto di un numero e sue proprietà.
Potenze con esponenti razionali.

■ OBIETTIVI DA VERIFICARE

- Trasformare una frazione in numero decimale.
- Trasformare un numero decimale periodico in frazione ridotta.
- Calcolare le percentuali.
- Calcolare la base, la quota e la ragione percentuale.
- Usare le proporzioni.
- Rappresentare i numeri reali come punti e come intervalli sull'asse reale.
- Arrotondare.
- Stimare un risultato.
- Eseguire calcoli con radici quadrate e cubiche.
- Estrarre la radice parziale e razionalizzare il denominatore.
- Risolvere semplici equazioni e disequazioni contenenti il valore assoluto.
- Eseguire calcoli con potenze con esponente razionale.
- Calcolare con i radicali.

■ Geometria**■ CONTENUTI, CONCETTI****Geometria del piano**

Concetti fondamentali della geometria.
Punti e rette nel piano e relazioni reciproche.
Distanza, segmento, retta di sostegno di un segmento, asse di simmetria, semiretta, angolo.
Triangolo, cerchio, poligono.
Teoremi del triangolo rettangolo.
Congruenza.
Similitudine.
Funzioni goniometriche degli angoli acuti.

■ OBIETTIVI DA VERIFICARE

- Disegnare una retta, una semiretta, un segmento, un asse di simmetria, un cerchio, un arco di circonferenza, una corda, una tangente.
- Distinguere i tipi di triangoli rispetto ai lati e agli angoli.
- Conoscere i diversi tipi di angoli (consecutivi, adiacenti, acuti, ottusi, supplementari, ...).
- Eseguire calcoli con gli angoli.
- Conoscere e applicare la definizione di congruenza fra i triangoli.
- Applicare i teoremi fondamentali sulla congruenza fra triangoli.
- Conoscere le unità di misura degli angoli e trasformare i gradi in radianti e viceversa.
- Saper usare le proprietà del triangolo, del parallelogramma e del trapezio quando si risolvono esercizi di calcolo oppure di costruzioni geometriche.
- Applicare il teorema di Pitagora.
- Costruire figure geometriche.

■ CONTENUTI, CONCETTI

Aree

Area del parallelogramma, del triangolo, del trapezio, del romboide e del cerchio.

Teorema dei seni.

Teorema del coseno.

Area e volume dei solidi

Area e volume del prisma retto, del cilindro, della piramide, del cono e della sfera.

■ OBIETTIVI DA VERIFICARE

- Costruire la circonferenza inscritta e quella circoscritta al triangolo.
- Tracciare la tangente alla circonferenza da uno dei suoi punti e da un punto esterno a essa.
- Conoscere e applicare le proprietà dell'angolo alla circonferenza che insiste sul diametro.
- Conoscere e applicare la definizione di similitudine fra triangoli.
- Conoscere le funzioni trigonometriche degli angoli acuti nel triangolo rettangolo e saperle applicare

- Conoscere le unità di misura dell'area.
- Calcolare l'area del parallelogramma, del triangolo, del trapezio, del romboide, del cerchio, del settore circolare.
- Applicare il teorema dei seni.
- Applicare il teorema del coseno.
- Conoscere e calcolare il perimetro di una figura, la lunghezza di un arco di circonferenza.
- Dati gli elementi adeguati calcolare l'area, il lato, l'angolo, il perimetro, l'altezza, il raggio della circonferenza inscritta e di quella circoscritta a un triangolo.

- Conoscere e applicare le proprietà dei solidi retti (prisma, cilindro, piramide, cono) e sfera.
- Per un determinato solido, dati gli elementi, calcolare l'altezza del solido, lo spigolo laterale, quello di base, la diagonale spaziale, l'area della superficie laterale, l'area della sezione assiale, l'area della superficie totale e il volume.
- Calcolare gli angoli, definiti dagli spigoli oppure dalle facce di un solido.

■ Funzioni ed equazioni algebriche

■ CONTENUTI, CONCETTI

La funzione lineare

Sistema di coordinate cartesiane nel piano.

Insiemi di punti nel piano.

Distanza tra due punti.

Funzione lineare: $x \mapsto kx + n$.

Equazione della retta.

■ OBIETTIVI DA VERIFICARE

- Rappresentare semplici insiemi di punti nel piano.
- Calcolare la distanza tra due punti nel piano cartesiano.
- Tracciare il grafico della funzione lineare.
- Conoscere il significato delle costanti k e n .

■ CONTENUTI, CONCETTI

Equazione e disequazione lineare.
Sistemi di equazioni lineari.

La funzione di secondo grado

La funzione di secondo grado:

$$x \mapsto ax^2 + bx + c$$

Discriminante.

Vertice, zeri e grafico della funzione di secondo grado.

Equazioni di secondo grado.

Applicazione della funzione e dell'equazione di secondo grado.

Disequazioni di secondo grado.

La funzione potenza, polinomi e funzioni razionali

La funzione potenza.

Polinomi con coefficienti reali.

Zeri dei polinomi.

Algoritmo di Horner o di Ruffini.

Grafico dei polinomi.

Funzioni razionali.

Equazioni e disequazioni razionali.

■ OBIETTIVI DA VERIFICARE

- Determinare lo zero della funzione e il suo valore per $x = 0$.
- Scrivere l'equazione della retta nel piano in forma esplicita, implicita e normale.
- Risolvere equazioni lineari.
- Risolvere disequazioni lineari.
- Risolvere sistemi di due e di tre equazioni lineari.
- Risolvere problemi che si possono tradurre in un'equazione lineare oppure in un sistema di due equazioni lineari in due incognite.

- Scrivere la funzione di secondo grado disponendo di dati diversi.
- Calcolare il vertice, gli zeri, l'intersezione della funzione con l'asse delle ordinate e tracciarne il grafico.
- Scrivere la funzione nella forma generale, usando le coordinate del vertice oppure usando gli zeri della funzione. Passare da una forma alle altre due.
- Risolvere l'equazione di secondo grado e altri quesiti che prevedono l'applicazione dell'equazione di secondo grado.
- Calcolare l'intersezione della parabola con una retta e l'intersezione di due parabole.
- Risolvere problemi che richiedono l'applicazione dell'equazione di secondo grado.
- Risolvere disequazioni di secondo grado.

- Disegnare il grafico della funzione potenza con esponente intero.
- Scomporre un polinomio in fattori.
- Determinare gli zeri di un polinomio.
- Applicare l'algoritmo di Horner (Ruffini).
- Tracciare il grafico di un polinomio.
- Scrivere la funzione polinomiale usando i dati a disposizione.
- Risolvere disequazioni del tipo:
$$p(x) > 0, p(x) < 0, p(x) \geq 0, p(x) \leq 0.$$
- Conoscere la definizione e l'equazione della funzione razionale.
- Determinare gli zeri, i poli e gli asintoti orizzontali.
- Tracciare il grafico di una funzione razionale.
- Risolvere equazioni e disequazioni razionali.

■ Funzioni ed equazioni trascendenti

■ CONTENUTI, CONCETTI

Funzione esponenziale e logaritmica

Funzione esponenziale:

$$f(x) = a^x, a > 0, a \neq 1.$$

Proprietà e grafico della funzione esponenziale.

Equazione esponenziale.

Logaritmi.

Cambiamento di base dei logaritmi.

Funzione logaritmica.

Proprietà e grafico della funzione logaritmica.

Equazione logaritmica.

Funzioni trigonometriche

Funzioni trigonometriche.

Definizione delle funzioni goniometriche:

$$f(x) = \sin x$$

$$f(x) = \cos x$$

$$f(x) = \tan x$$

Proprietà delle funzioni goniometriche.

Teoremi di addizione.

Grafici delle funzioni goniometriche.

■ OBIETTIVI DA VERIFICARE

- Disegnare il grafico di funzioni logaritmiche ed esponenziali (prive di spostamenti e dilatazioni).
- Risolvere equazioni esponenziali semplici (con base uguale, mettendo in evidenza il fattore comune).
- Acquisire il concetto di logaritmo.
- Applicare le regole per il calcolo logaritmico.
- Risolvere semplici equazioni logaritmiche (usando anche la calcolatrice tascabile).
- Cambiare la base dei logaritmi per usare la calcolatrice tascabile.
- Conoscere i logaritmi decimali e naturali.

- Conoscere e applicare le definizioni delle funzioni trigonometriche.
- Tracciare i grafici delle funzioni:
 $f(x) = \sin x, f(x) = \cos x, f(x) = \tan x$
- Calcolare gli zeri, le ascisse dei massimi e dei minimi delle funzioni goniometriche.
- Usare le relazioni tra le funzioni goniometriche aventi lo stesso angolo, aventi angoli complementari e angoli supplementari.
- Applicare la periodicità, la proprietà di funzione pari ovvero dispari alle funzioni seno, coseno, tangente e applicare i teoremi di addizione.
- Calcolare l'angolo tra due rette.

■ Successioni

■ CONTENUTI, CONCETTI

Definizione di successione $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$.

Proprietà delle successioni (crescita, decrescita, limiti).

Progressioni aritmetiche e geometriche.

Somma dei primi n termini di una progressione aritmetica e geometrica.

Capitalizzazione semplice e composta.

■ OBIETTIVI DA VERIFICARE

- Determinare le proprietà di una successione (crescente, decrescente, limitata).
- Disegnare il grafico di una successione.
- Acquisire le definizioni di progressione aritmetica e progressione geometrica.
- Calcolare la somma dei primi n termini di una progressione aritmetica
- Calcolare la somma dei primi n termini di una progressione geometrica.
- Conoscere e distinguere la capitalizzazione semplice e quella composta.
- Calcolare il montante di un capitale e il periodo di capitalizzazione.

■ Elaborazione dati (statistica)

■ CONTENUTI, CONCETTI

Concetti fondamentali della statistica.
Classifica e ordinamento di dati.
Rappresentazione di dati.
Valore medio.

■ OBIETTIVI DA VERIFICARE

- Usare i concetti fondamentali della statistica (popolazione, unità statistica, campione, variabile statistica).
- Ordinare dati statistici.
- Usare i concetti di frequenza assoluta e frequenza relativa.
- Rappresentare graficamente dati statistici (istogramma, poligono delle frequenze, areogramma).
- Determinare il valore medio (moda, mediana, media aritmetica).

■ Calcolo differenziale

■ CONTENUTI, CONCETTI

Derivata di una funzione.
Derivata e andamento locale di una funzione.

■ OBIETTIVI DA VERIFICARE

- Usare le regole per derivare funzioni semplici e composte.
- Tramite la derivata determinare le proprietà di una funzione.
- Determinare l'equazione della retta tangente in un punto al grafico di una funzione.
- Risolvere semplici problemi sui valori estremi di una funzione.

■ Calcolo combinatorio e calcolo delle probabilità

■ CONTENUTI, CONCETTI

Fondamenti di calcolo combinatorio
Probabilità di un evento aleatorio

■ OBIETTIVI DA VERIFICARE

- Conoscere e applicare il teorema fondamentale del calcolo combinatorio.
- Riconoscere permutazioni, combinazioni e disposizioni semplici e disposizioni con ripetizione, calcolare il loro numero.
- Calcolare la probabilità di un evento aleatorio.

5. ADATTAMENTI PER CANDIDATI DIVERSAMENTE ABILI

Le modalità di svolgimento e valutazione dell'esame di matematica sono adattate per i candidati diversamente abili già inclusi nei programmi d'istruzione con apposita delibera di orientamento, ma anche per altri candidati che per giustificabili ragioni (infortunio, malattia) presentino menomazioni, impedimenti o disturbi di un certo tipo e grado. In questi casi vale quanto previsto dall'articolo 4 della Legge sull'esame di maturità e dal capitolo *Adattamenti per i candidati diversamente abili* del Catalogo dell'esame di maturità per gli Istituti tecnici.

6. ALLEGATI

6.1 SIMBOLI MATEMATICI

■ Insiemi

\in	è elemento di
\notin	non è elemento di
$\{x_1, x_2, \dots\}$	insieme i cui elementi sono $x_1, x_2 \dots$
$\{x; \dots\}$	insieme di tutti gli x tali che ...
$\emptyset, \{\}$	insieme vuoto
\mathbb{N}	insieme dei numeri naturali
\mathbb{N}_0	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
\mathbb{Z}	insieme dei numeri interi
\mathbb{Z}^+	insieme dei numeri interi positivi
\mathbb{Z}^-	insieme dei numeri interi negativi
\mathbb{Q}	insieme dei numeri razionali
\mathbb{Q}^+	insieme dei numeri razionali positivi
\mathbb{Q}^-	insieme dei numeri razionali negativi
$\mathbb{R}, (-\infty, \infty)$	insieme dei numeri reali
$\mathbb{R}^+, (0, \infty)$	insieme dei numeri reali positivi
$\mathbb{R}_0^+, [0, \infty)$	insieme dei numeri reali non negativi
$\mathbb{R}^-, (-\infty, 0)$	insieme dei numeri reali negativi
\cup	unione
\cap	intersezione
$\setminus, -$	differenza di due insiemi
$[a, b]$	intervallo chiuso $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$
$[a, b), [a, b[$	intervallo $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$
$(a, b],]a, b]$	intervallo $\{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$
$(a, b),]a, b[$	intervallo aperto $\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$

■ Relazioni ed operazioni

(a, b)	coppia ordinata
$=$	è uguale a
\neq	non è uguale a
\doteq	è approssimativamente uguale a
$<$	è minore
\leq	è minore o uguale a
$>$	è maggiore di
\geq	è maggiore o uguale a
$+$	più
$-$	meno
\cdot	volte
$:$	diviso
$a b$	a divide b
$MCD(a, b)$	massimo comune divisore dei numeri a e b
$mcm(a, b)$	minimo comune multiplo dei numeri a e b
Σ	simbolo della sommatoria
$ a $	valore assoluto di a

■ Geometria

$d(A, B)$	distanza tra i punti A e B
$ AB $	lunghezza del segmento AB
\sphericalangle	angolo
\triangle	triangolo
\parallel	è parallelo a
\perp	è perpendicolare a
\cong	è congruente a
\sim	è simile a
$A(x, y)$	il punto A di coordinate x e y
A	area
V	volume
A_t	area totale
R	raggio della circonferenza circoscritta al triangolo
r	raggio della circonferenza inscritta al triangolo

■ Funzioni

f	funzione f
$f : A \rightarrow B$	applicazione di A in B
$x \mapsto f(x)$	ad x viene applicato $f(x)$
D_f	dominio della funzione f
Z_f	codominio (insieme dei valori) della funzione f
$f' = \frac{df}{dx}$	derivata (prima) della funzione f

■ Elaborazione dati (statistica)

\bar{x}, μ	valore medio
----------------	--------------

■ Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

P_n	numero di permutazioni senza ripetizione di n elementi
$n!$	n fattoriale
$D_{n,k}$	numero di disposizioni semplici di n elementi, di classe k
$D'_{n,k}$	numero di disposizioni con ripetizione di n elementi, di classe k
$\binom{n}{k}$	simbolo del coefficiente binomiale di ordine n e di classe k (n su k)
$C_{n,k} = \binom{n}{k}$	numero di combinazioni semplici di n elementi, di classe k
C	evento certo
I	evento impossibile
E_1, E_2, E_3, \dots	eventi incerti o aleatori
A'	evento contrario di A
$A \cup B$	evento unione o evento totale dei due eventi A e B
$A \cap B, A \cdot B$	evento composto o prodotto logico degli eventi A e B
$A \setminus B$	evento differenza degli eventi A e B
$A \subset B$	A è una modalità dell'evento B
$P(A)$	probabilità dell'evento A

6.2 FORMULE ALLEGATE AL FASCICOLO D'ESAME

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:** $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:** $f(x) = kx + n$
- **Angolo d'inclinazione della retta:**
 $k = \tan \varphi$
- **Coefficiente angolare:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo tra due rette:** $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con A)

- **Triangolo:** $A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$
 $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e di quella circoscritta (R) a un triangolo:**
 $r = \frac{A}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2}\right)$; $R = \frac{abc}{4A}$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:** $A = \frac{e \cdot f}{2}$
- **Rombo:** $A = a^2 \sin \alpha$
- **Trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
- **Parallelogramma:** $A = ab \sin \alpha$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:** $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base)

- **Prisma:** $A_t = 2B + A_l$, $V = B \cdot h$
- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Sfera:** $A_t = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:** $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$, $V = \pi r^2 h$
- **Cono:** $A_t = \pi r^2 + \pi r l$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Funzioni ed equazioni di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Vertice:** $V(p, q)$, $p = -\frac{b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Zeri:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Successioni

- **Progressione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:** $M = C + I$; $I = \frac{C \cdot n \cdot p}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:** $M = C(1+i)^n$, $i = \frac{p}{100}$

8. Elaborazione dati (statistica)

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$,
 $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

9. Derivate

- **Derivate di alcune funzioni elementari**

$$f(x) = x^n \quad f'(x) = nx^{n-1}$$

$$f(x) = \sin x \quad f'(x) = \cos x$$

$$f(x) = \cos x \quad f'(x) = -\sin x$$

$$f(x) = \tan x \quad f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$f(x) = \ln x \quad f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f(x) = e^x \quad f'(x) = e^x$$

- **Regole di derivazione**

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$(k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):** $P_n = n!$

- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):** $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$

- **Disposizioni con ripetizione:** $D'_{n,r} = n^r$

- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):** $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$

- **Probabilità di un evento casuale E :** $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$

6.3 ESEMPI TIPICI DI QUESITI D'ESAME

1. INSIEMI NUMERICI

Indicazioni: Il punto indicato con (*) è assegnato per il procedimento. Il candidato riceve questo punto se ha adottato un procedimento corretto ma ottiene un risultato errato a causa di qualche errore oppure di dati errati.

1. Semplifica l'espressione:

$$(1 - (x + 1)^{-1}) \cdot \frac{x^2 - x - 2}{x^2}$$

(4 punti)

Soluzione e valutazione:

Per semplificare l'espressione tra parentesi: $\frac{x}{x+1}$ (1* + 1) 2 punti

Per fattorizzare l'espressione: $x^2 - x - 2 = (x + 1)(x - 2)$ 1 punto

Per la soluzione: $\frac{x-2}{x}$ 1 punto

2. Siano dati i numeri naturali 75, 1024, 1782, 3240, 5052. Tra questi trovate quelli divisibili per 5 e poi determinate il loro massimo comune divisore.

(4 punti)

Soluzione e valutazione:

Per l'individuazione dei due numeri divisibili per 5, che sono 75 e 3240 1 punto

Per la rappresentazione dei due numeri come prodotti di potenze di numeri primi con le basi:

$75 = 3 \cdot 5^2$, $3240 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5$ (1 + 1*) 2 punti

Soluzione: $MCD(75, 3240) = 15$ 1 punto

3. Il prezzo iniziale di un'automobile è aumentato del 20 %. Più tardi il nuovo prezzo è sceso del 25 % e ammonta a 18090 euro. Calcolate il prezzo iniziale dell'automobile.

(4 punti)

Soluzione e valutazione:

Per l'impostazione dell'equazione: $x \cdot 1,20 \cdot 0,75 = 18090$ euro (1* + 1 + 1) 3 punti

Soluzione: $x = 20100$ euro 1 punto

2. GEOMETRIA

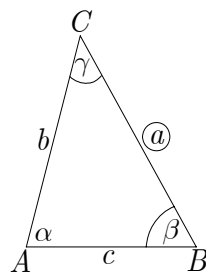
2.1 Geometria del piano

1. Costruisci il triangolo ABC di cui conosci i seguenti dati: $a = 6$ cm, $\beta = 60^\circ$ e $\gamma = 45^\circ$. Disegna anche lo schizzo del triangolo.

(4 punti)

Soluzione e valutazione:

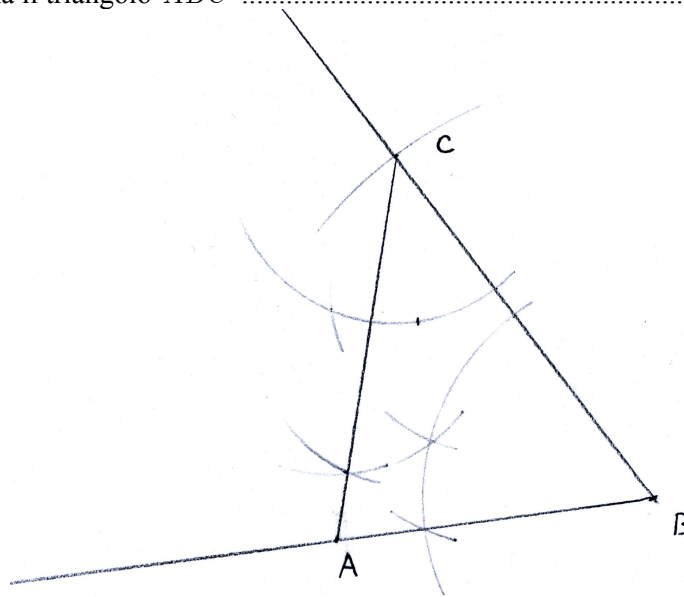
Per lo schizzo..... 1 punto



Se il candidato traccia il lato a e uno dei due angoli 1 punto

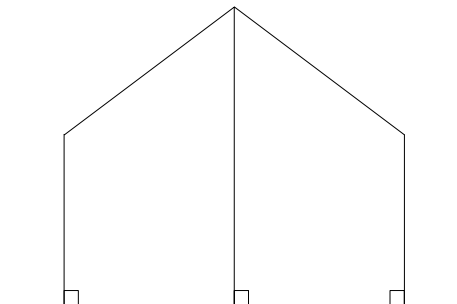
Se il candidato disegna l'altro angolo..... 1 punto

Se il candidato segna il triangolo ABC 1 punto

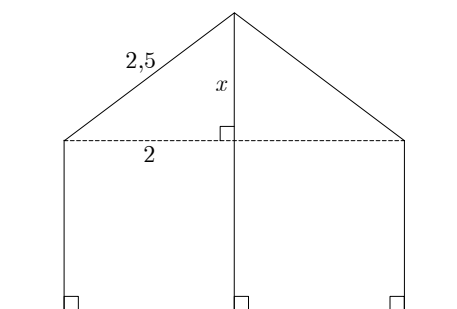


2. Due paletti verticali alti 2 m sono posti a una distanza di 4 m l'uno dall'altro. Alle loro estremità è fissata una corda di 5 m, tenuta tesa da un terzo paletto che si trova esattamente a metà distanza dai primi due (vedi figura). Calcola l'altezza del terzo paletto.

(4 punti)



Soluzione e valutazione:



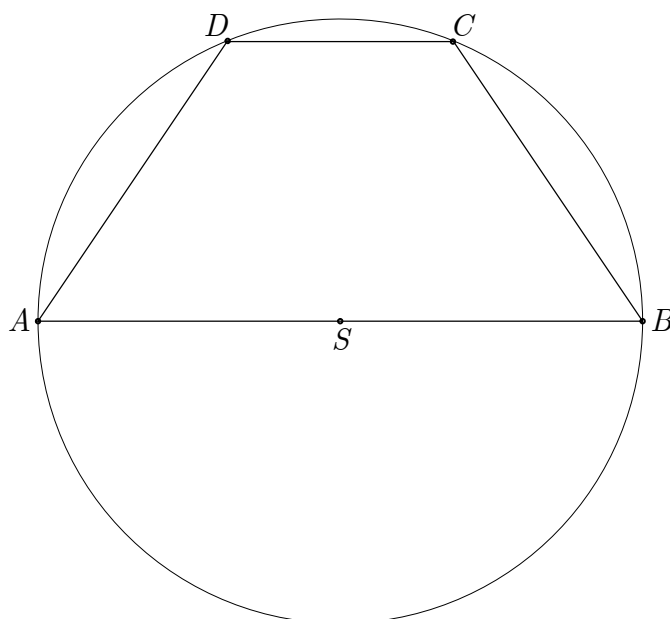
Per l'applicazione del teorema di Pitagora, per es.: $x^2 + 2^2 = 2,5^2$ (1 + 1) 2 punti

Per il risultato: $x = 1,5$ m 1 punto

Per l'altezza del terzo paletto: $2 + 1,5 = 3,5$ m 1 punto

3. Il trapezio $ABCD$ è inscritto in una circonferenza (vedi figura). Se la base maggiore del trapezio misura 8 cm e quella minore 3 cm, quanto misura l'ampiezza dell'angolo $\sphericalangle DSC$?

(5 punti)



Soluzione e valutazione:

Per la deduzione che $r = |SC| = |SD| = 4$ cm(1 + 1) 2 punti

Per l'uso della formula da cui ricavare l'angolo, per es.: $\cos \varphi = \frac{r^2 + r^2 - c^2}{2rr}$ (1 + 1) 2 punti

Se il candidato determina l'angolo $\varphi \doteq 44,05^\circ$ 1 punto

2.2 Aree

1. Nel parallelogramma $ABCD$ il lato a a misura 6 cm e la relativa altezza $h_a = 4$ cm. Sapendo che l'angolo nel vertice A misura 60° calcola il perimetro e l'area del parallelogramma.

(4 punti)

Soluzione e valutazione:

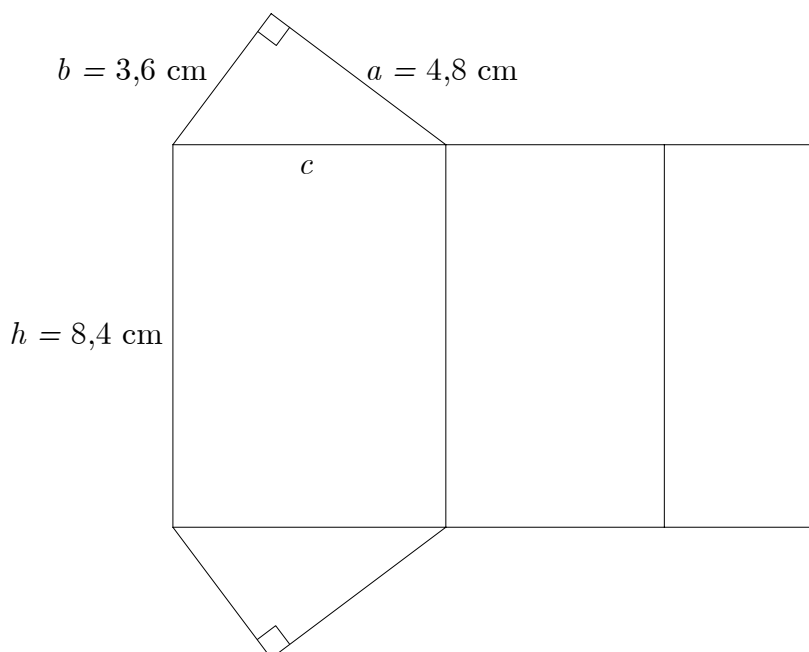
Per il calcolo della lunghezza del lato b , per es.: $b = \frac{4}{\sin 60^\circ} \doteq 4,62$ cm(1* + 1) 2 punti

Per il perimetro del parallelogramma, per es.: $p \doteq 21,24$ cm 1 punto

Per l'area del parallelogramma: $A = 24$ cm² 1 punto

2.3 Aree e volumi

1. La figura rappresenta lo sviluppo piano di un prisma triangolare retto.



(Totale 15 punti)

- a) Calcola il perimetro della base del prisma.

(4 punti)

- b) Disegna il prisma a mano libera e calcola la somma di tutti i suoi spigoli.

(5 punti)

- c) Calcola l'area totale e il volume del prisma. Esprimi l'area in mm².

(6 punti)

Soluzione e valutazione:

a) (4 punti)

Per l'applicazione del teorema di Pitagora: $c^2 = 3,6^2 + 4,8^2$ 1 punto

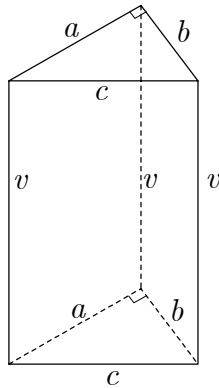
Per il risultato: $c = 6$ cm 1 punto

Per l'uso della formula: $p = a + b + c$ 1 punto

Per il risultato: $p = 14,4$ cm 1 punto

b) (5 punti)

Per lo schizzo, completo di tutti i dati (1 + 1) 2 punti



Per la somma delle lunghezze degli spigoli delle due basi: $2 \cdot (3,6 + 4,8 + 6) = 28,8$ cm 1* punto

Per la somma delle lunghezze degli spigoli laterali: $3 \cdot 8,4 = 25,2$ cm 1 punto

Per la somma delle lunghezze di tutti gli spigoli: 54 cm 1* punto

c) (6 punti)

Per il calcolo dell'area della base: $B = \frac{a \cdot b}{2} = 8,64$ cm² (1* + 1) 2 punti

Per l'area del prisma. $A = 2 \cdot B + A_l = 138,24$ cm² 1 punto

Per la trasformazione in mm²: $A = 13824$ mm² 1* punto

Per il volume del prisma: $V = B \cdot h = 8,64 \cdot 8,4 = 72,576$ cm³ (1* + 1) 2 punti

2. Un recipiente di forma cilindrica e della capacità di 500 litri è riempito di nafta fino a metà. Quando il recipiente è in posizione verticale, il livello della nafta arriva a 0,6 m dalla base.

(15 punti)

a) Disegna uno schizzo del recipiente e calcola il raggio della sua base.

(8 punti)

b) A quale altezza arriva il livello della nafta se il recipiente è collocato in posizione orizzontale?

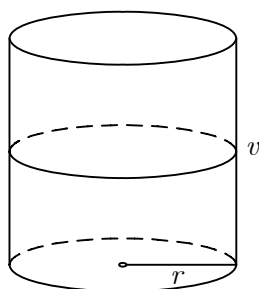
(2 punti)

c) Quanti dm² di lamiera sono stati utilizzati per costruire il recipiente?

(5 punti)

Soluzione e valutazione:

a) (8 punti)



- Per lo schizzo del cilindro..... 1 punto
- Per l'indicazione del volume in cm^3 : $V = 500000 \text{ cm}^3$ 1 punto
- Per la trasformazione e il successivo calcolo dell'altezza, per es.: $h = 120 \text{ cm}$ (1* + 1) 2 punti
- Per l'applicazione della formula del volume, per es.: $V = \pi r^2 \cdot h$ 1 punto
- Per il calcolo del raggio (1* + 1) 2 punti
- Soluzione: $r = 36,4 \text{ cm}$ 1 punto

b) (2 punti)

- Per il risultato: $h_1 = r = 36,4 \text{ cm}$ 1 punto
- Risposta: Se il recipiente è messo in posizione orizzontale, il livello della nafta arriva a $36,4 \text{ cm}$ 1 punto

c) (5 punti)

- Per l'applicazione della formula contenente i dati del quesito:
 $A = 2 \cdot \pi \cdot 36,4^2 + 120 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 36,4$ (1* + 1) 2 punti
 - Risultato: $A = 35778 \text{ cm}^2$ 1 punto
 - Per la trasformazione del risultato: $A = 358 \text{ dm}^2$ 1 punto
 - Risposta: Per costruire il recipiente sono stati utilizzati 358 dm^2 di lamiera..... 1 punto
- Nota: si accettano come validi anche risultati ottenuti con arrotondamenti appropriati.*

3. FUNZIONI ED EQUAZIONI ALGEBRICHE

3.1 Funzioni lineari

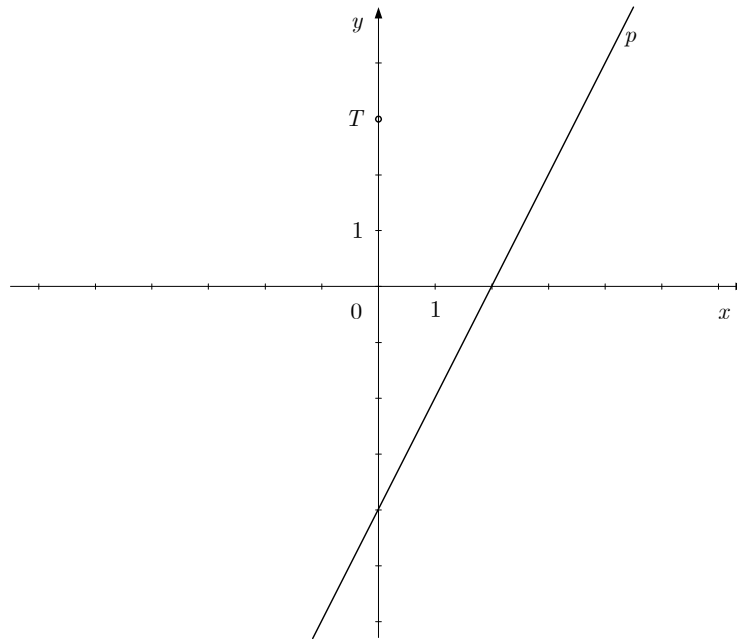
1. Risolvi il sistema di equazioni: $2x + 3y = 6$, $x - y = -7$.

(4 punti)

Soluzione e valutazione:

- Per il procedimento risolutivo corretto.....2* punti
- Per la soluzione: $x = -3$, $y = 4$ (1 + 1) 2 punti

2. Scrivi l'equazione della retta parallela alla retta p e passante per il punto T .



(4 punti)

Soluzione e valutazione:

- Per la determinazione delle coordinate del punto $T(0, 3)$ 1 punto
- Per il calcolo del coefficiente angolare: $k = 2$ 1 punto
- Per l'applicazione dell'equazione della retta, per es.: $y - y_0 = k(x - x_0)$ 1 punto
- Soluzione: $y = 2x + 3$ 1 punto

3. Siano date due rette, una di equazione $y = -x + 3$, l'altra di equazione $y = \frac{1}{2}x - 3$.

(Totale 15 punti)

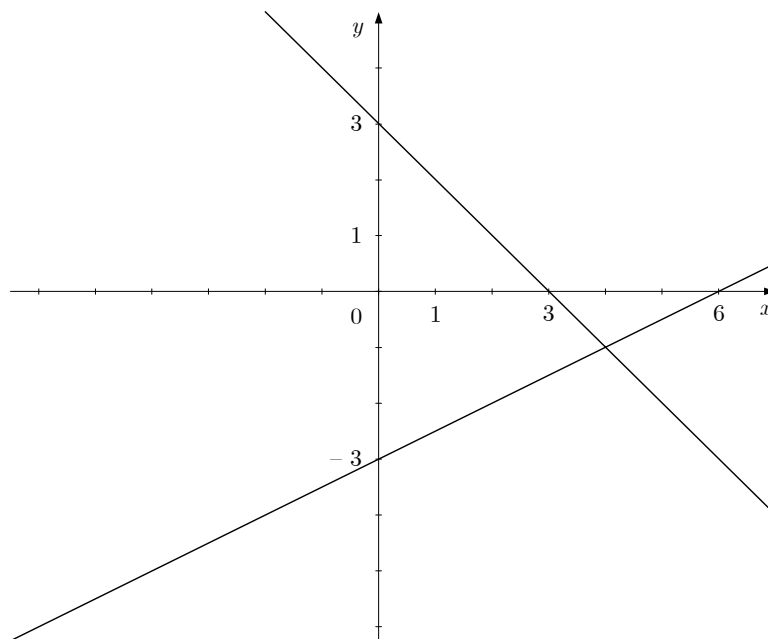
- a) Traccia le due rette nel sistema cartesiano dato. (5 punti)
- b) Calcola il punto di incidenza delle rette e l'angolo che esse determinano. (7 punti)
- c) Calcola l'area del triangolo definito dalle due rette e dall'asse delle ordinate. (3 punti)

Soluzione e valutazione:

a) (5 punti)

Se il candidato traccia la retta $y = -x + 3$ 2 punti

Se il candidato traccia la retta $y = \frac{1}{2}x - 3$ (1 + 2) 3 punti



b) (7 punti)

Se il candidato scrive l'equazione: $-x + 3 = \frac{1}{2}x - 3$ 1 punto

Per il calcolo dell'ascissa: $x = 4$ (1* + 1) 2 punti

Per l'indicazione del punto di incidenza: $P(4, -1)$ 1 punto

Per l'uso della formula che determina l'angolo

tra due rette: $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right| = 3$ (1 + 1*) 2 punti

Per il calcolo dell'ampiezza dell'angolo, per es.. $\varphi \doteq 71,57^\circ$ 1 punto

c) (3 punti)

Per la determinazione della lunghezza del lato del triangolo sull'asse delle ordinate che è 6 1 punto

Per la determinazione dell'altezza relativa a questo lato, che è 4 1 punto

Per il calcolo dell'area: $A = 12$ 1 punto

3.2 Funzioni di secondo grado

1. Sia data la funzione di secondo grado $f(x) = x^2 - 3x - 4$. Determina il vertice e i punti di intersezione del grafico della funzione con gli assi del sistema cartesiano.

(5 punti)

Soluzione e valutazione:

Per la determinazione delle coordinate del vertice: $V\left(\frac{3}{2}, -\frac{25}{4}\right)$ (1 + 1) 2 punti

Per la determinazione delle intersezioni con l'asse delle ascisse: $P_1(-1, 0)$, $P_2(4, 0)$ (1 + 1) 2 punti

Per la determinazione dell'intersezione con l'asse delle ordinate: $N(0, -4)$ 1 punto

2. Siano date le seguenti funzioni di secondo grado: $f(x) = -x^2 + 4$ e $y = x^2 - 2x$

(Totale 15 punti)

a) Traccia i grafici delle due funzioni nel medesimo sistema cartesiano.

(7 punti)

b) Calcola le coordinate dei punti d'intersezione dei due grafici.

(5 punti)

c) Calcola il coefficiente angolare della retta che passa per i due punti d'intersezione.

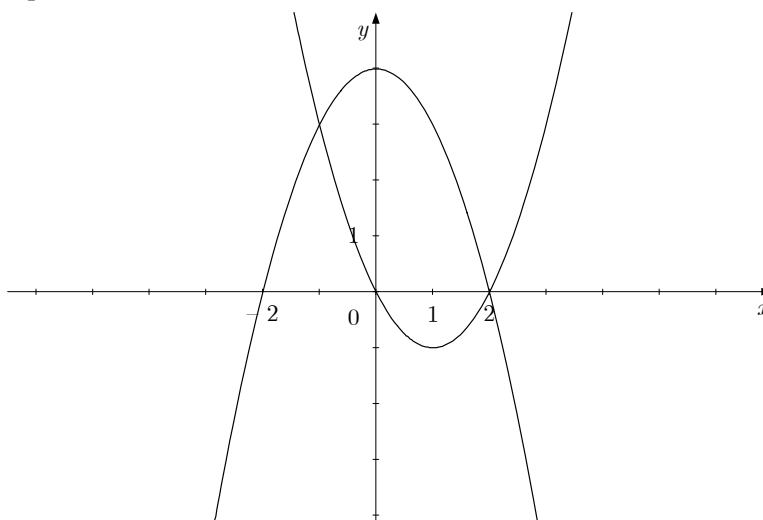
(3 punti)

Soluzione e valutazione:

a) (7 punti)

Per il disegno della parabola $y = -x^2 + 4$ (1 + 1 + 1) 3 punti

Per il disegno della parabola $y = x^2 - 2x$ (1 + 1 + 2) 4 punti



b) (5 punti)

Se il candidato scrive l'equazione: $-x^2 + 4 = x^2 - 2x$ 1 punto

Per il corretto procedimento risolutivo 1* punto

Per il calcolo delle ascisse: $x_1 = -1, x_2 = 2$ (1 + 1) 2 punti

Se il candidato scrive le coordinate dei punti d'intersezione: $P_1(-1, 3), P_2(2, 0)$ 1 punto

c) (3 punti)

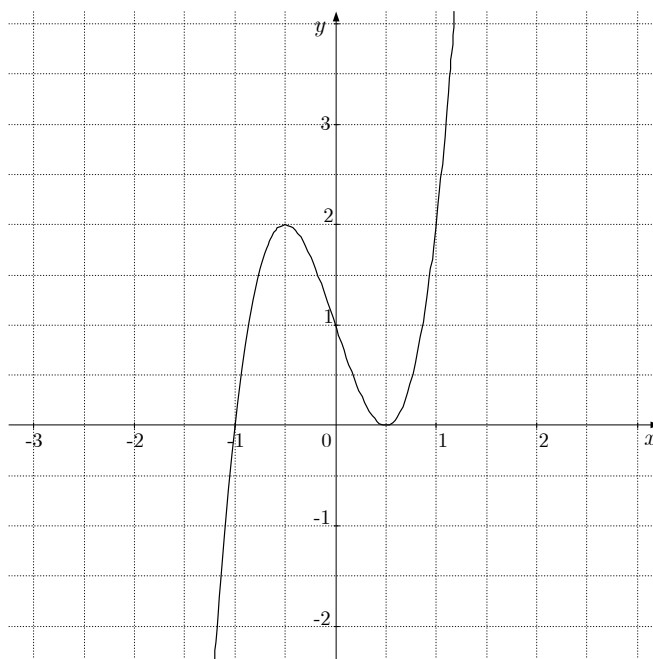
Per l'applicazione della formula $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ 1 punto

Per l'inserimento nella formula dei dati corretti 1* punto

Per il calcolo di $k = -1$ 1 punto

3.3 Funzioni potenza, polinomi e funzioni razionali

1. La figura riporta il grafico di un polinomio di terzo grado. Determina gli zeri del polinomio e il loro grado. Definisci l'intervallo in cui il polinomio assume valori negativi.



(5 punti)

Soluzione e valutazione:

- Se il candidato scrive il primo zero del polinomio: $x = -1$ (di 1° grado).....(1 + 1) 2 punti
 Se il candidato scrive il secondo zero: $x = \frac{1}{2}$ (di 2° grado)(1 + 1) 2 punti
 Per l'intervallo in cui il polinomio assume valori negativi: $(-\infty, -1)$, ovvero per $x < -1$ 1 punto

2. Sia data la funzione $f(x) = \frac{x-1}{x^2-x-2}$.

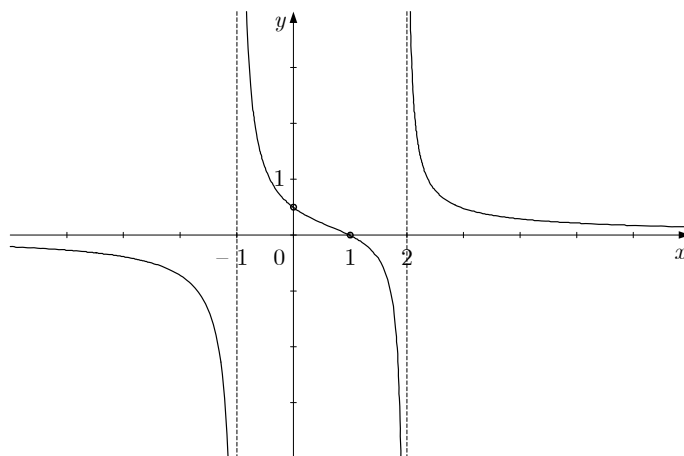
(Totale 15 punti)

- a) Determina lo zero, i poli, l'asintoto orizzontale e l'intersezione della funzione con l'asse delle ordinate. (5 punti)
 b) Traccia il grafico della funzione e definisci il suo dominio o campo di definizione. (7 punti)
 c) Determina per quali valori di x è $f(x) > 0$. (3 punti)

Soluzione e valutazione:

- a) (5 punti)
 Per la determinazione dello zero: $x = 1$ 1 punto
 Per i due poli: $x_1 = -1, x_2 = 2$ (1 + 1) 2 punti
 Per l'asintoto orizzontale $y = 0$ 1 punto
 Per l'intersezione con l'asse delle ordinate. $N\left(0, \frac{1}{2}\right)$ 1 punto

b) (7 punti)



Per il grafico passante per i punti $M(1, 0)$ e $N(0, \frac{1}{2})$ 2 punti

Per aver tracciato i tre asintoti 1 punto

Per ogni ramo del grafico 1 punto, totale 3 punti

Per il dominio della funzione: l'insieme dei numeri reali esclusi l'1 e il 2, oppure, nel linguaggio simbolico: $D_f = \mathbb{R} - \{-1, 2\}$ 1 punto

c) (3 punti)

Se il candidato determina che la funzione razionale assume valori positivi nell'unione degli intervalli $(-1, 1) \cup (2, \infty)$ (1 + 1 + 1) 3 punti

4. FUNZIONI ED EQUAZIONI TRASCENDENTI

4.1 Funzioni esponenziali e logaritmiche

1. Risolvi l'equazione $2 \cdot \log(x - 3) = \log 1$.

(5 punti)

Soluzione e valutazione:

Per l'applicazione delle proprietà dei logaritmi: $\log(x - 3)^2 = \log 1$ 1 punto

Se il candidato scrive l'equazione $(x - 3)^2 = 1$ 1 punto

Per la risoluzione dell'equazione di secondo grado: $x_1 = 4, x_2 = 2$ (1* + 1) 2 punti

Per la constatazione che $x_2 = 2$ non è soluzione dell'equazione 1 punto

2. Risolvi le seguenti equazioni:

a) $4^{1-2x} = \frac{1}{64}$

b) $\log_4 x = -\frac{1}{2}$

(5 punti)

Soluzione e valutazione:

Per la trasformazione dell'equazione, per es.: $4^{1-2x} = 4^{-3}$ 1 punto

Se il candidato scrive l'equazione $1 - 2x = -3$ 1* punto

Per la soluzione: $x = 2$ 1 punto

Per la trasformazione dell'equazione: $4^{-\frac{1}{2}} = x$ 1 punto

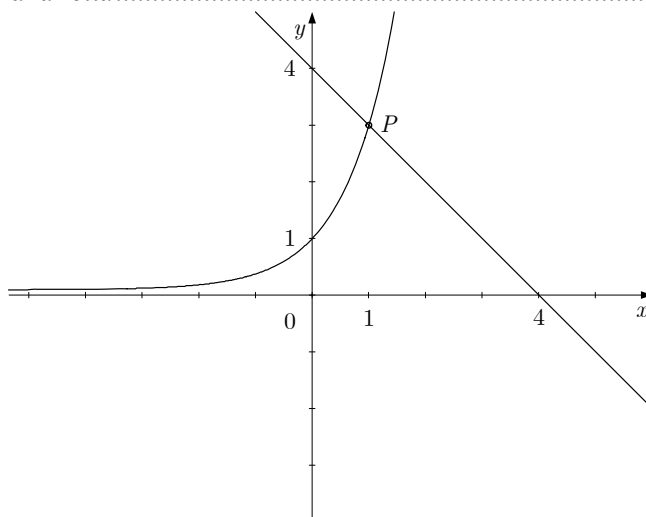
Per la soluzione: $x = \frac{1}{2}$ 1 punto

3. Siano date le funzioni $f(x) = 3^x$ e $g(x) = -x + 4$. Disegnate i grafici delle due funzioni nel sistema cartesiano già tracciato. Determinate dal disegno le coordinate del punto d'intersezione dei due grafici. Verificate il risultato con il calcolo.

(5 punti)

Soluzione e valutazione:

- Per il grafico della funzione esponenziale 1 punto
 Se il candidato traccia la retta 1 punto



- Per la determinazione delle coordinate del punto d'intersezione: $P(1, 3)$ 1 punto
 Per il calcolo, per es.: $f(1) = g(1) = 3$ (1 + 1) 2 punti

4.2 Funzioni trigonometriche

1. Collegate tra loro due espressioni in modo che assumano i medesimi valori per qualunque valore di x .

$\text{sen}(-x)$	$\text{sen } x$
$\cos(x + 360^\circ)$	$\text{sen}^2 x$
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$	$-\text{sen } x$
$\cos(x - \pi)$	$-\cos x$
$1 - \cos^2 x$	$\cos x$

(5 punti)


Soluzione e valutazione:


- Collegamento: $\text{sen}(-x) = -\text{sen } x$ 1 punto
 Collegamento: $\cos(x + 360^\circ) = \cos x$ 1 punto
 Collegamento: $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \text{sen } x$ 1 punto
 Collegamento: $\cos(x - \pi) = -\cos x$ 1 punto
 Collegamento: $1 - \cos^2 x = \text{sen}^2 x$ 1 punto


5. SUCCESSIONI

1. Usando dei sassolini Mauro ha formato dei modelli in sequenza. I primi tre sono illustrati nella figura sottostante. Quanti sassolini ha usato per formare il tredicesimo modello, che forma con i precedenti dodici una progressione aritmetica?

(5 punti)

Modello n. 1 

Modello n. 2 

Modello n. 3 

Soluzione e valutazione

- Per l'indicazione dei primi tre termini: $a_1 = 2$, $a_2 = 6$, $a_3 = 10$ 1 punto
 Per il calcolo di $d = 4$ 1 punto
 Per l'applicazione della formula: $a_{13} = a_1 + (13 - 1) \cdot d$ 1 punto
 Per il risultato: $a_{13} = 50$ 1 punto
 Per la risposta: Per il tredicesimo modello ha utilizzato 50 sassolini 1 punto

2. Calcola il valore di x in modo tale che x , $x + 3$, $x + 5$ siano i primi tre termini di una progressione geometrica. Trova la somma dei primi quattro termini di tale progressione.

(5 punti)

Soluzione e valutazione:

- Se il candidato scrive l'equazione, per es.: $\frac{x+3}{x} = \frac{x+5}{x+3}$ 1 punto
 Per il procedimento risolutivo dell'equazione e per la soluzione: $x = -9$ (1* + 1) 2 punti
 Per la somma dei primi quattro termini della progressione, per es.:
 $s_4 = -9 - 6 - 4 - \frac{8}{3} = -21\frac{2}{3}$ (1* + 1) 2 punti

3. Nel mese di gennaio, ciascuno dei due negozi A e B ha venduto 250 kg di limoni. Nei mesi successivi il negozio A ha venduto ogni mese 15 kg di limoni in meno rispetto al mese precedente. Il negozio B, invece, nei mesi successivi ha venduto il 6 % di limoni in meno rispetto al mese precedente.

(Totale 15 punti)

- a) Calcola quanti kg di limoni ha venduto in giugno ciascuno dei due negozi. (5 punti)
 b) Di quale percentuale la vendita di limoni del negozio A era inferiore nel mese di giugno rispetto a quello di aprile? (5 punti)
 c) Calcola quanti kg di limoni ha venduto il negozio B nei primi otto mesi dell'anno, cioè da gennaio ad agosto incluso. (5 punti)

Soluzione e valutazione:

a) (5 punti)

Per la vendita di giugno nel negozio A: $250 - 5 \cdot 15 = 175$ kg(1 + 1) 2 puntiPer la vendita di giugno nel negozio B: $250 \cdot (1 - 0.06)^5 = 250 \cdot 0,94^5 \doteq 183$ kg .. (1 + 1 + 1) 3 punti

b) (5 punti)

Per la vendita di limoni nel negozio A in aprile: $250 - 3 \cdot 15 = 205$ kg(1 + 1) 2 punti

Per l'impostazione del calcolo e la determinazione della percentuale, per es.:

 $\frac{205 - 175}{205} \doteq 0,146 \doteq 15\%$ (1* + 1) 2 punti

Per la risposta: la percentuale è del 15 % circa 1 punto

c) (5 punti)

Per l'impostazione del procedimento di calcolo, per es.:

 $S_8 = a_1 \cdot \left(\frac{k^8 - 1}{k - 1} \right) = 250 \cdot \left(\frac{0,94^8 - 1}{0,94 - 1} \right)$ (1* + 2) 3 puntiPer il risultato: $S_8 \doteq 1627$ kg2 punti**6. ELABORAZIONE DATI (STATISTICA)**

1. Nella seguente tabella sono riportati i dati riguardanti l'altezza degli allievi di una classe.

Altezza in cm	Sesso
162	F
163	F
164	F
165	F
165	F
167	M
169	F
170	M
171	M
171	M
172	F
175	M
176	M
178	M
178	M
179	F
180	M
180	M
181	M
185	M

(Totale 15 punti)

a) Completa la seguente tabella e poi disegna l'istogramma corrispondente alle 5 classi di valori.

Classe	Altezza in cm	Numero allievi
1	Più di 160 e fino a 165 inclusi	
2	Più di 165 e fino a 170 inclusi	
3	Più di 170 e fino a 175 inclusi	
4	Più di 175 e fino a 180 inclusi	
5	Più di 180 e fino a 185 inclusi	

(7 punti)

b) Di quanti cm l'altezza media dei maschi si differenzia da quella media delle femmine?

(6 punti)

c) Quante femmine hanno un'altezza inferiore all'altezza media delle femmine in quella classe?

(2 punti)

Soluzione e valutazione

a) (7 punti)

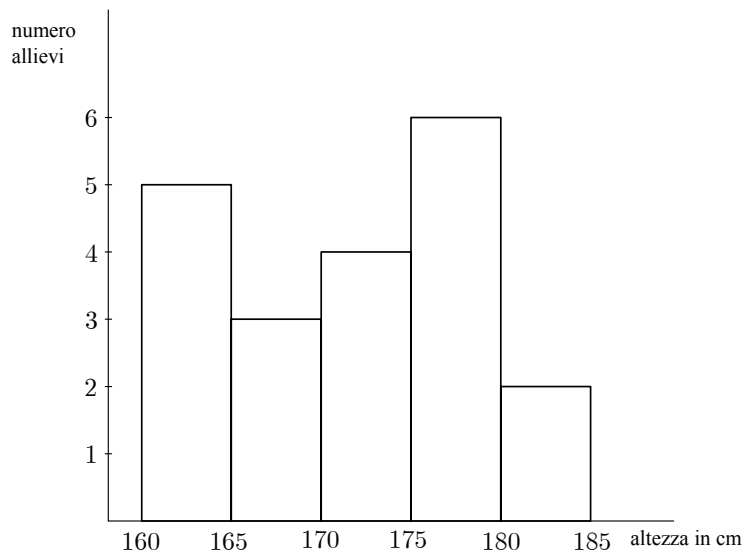
Per il completamento della tabella: 5, 3, 4, 6, 2 2 punti

Per ottenere 1 punto almeno 3 valori devono essere corretti.

Istogramma

Per gli assi 2 punti

Per l'istogramma 3 punti



b) (6 punti)

Per il calcolo: $M_F = \frac{1339}{8} = 167,375 \text{ cm}$ 2 punti

Per il calcolo: $M_M = \frac{2112}{12} = 176 \text{ cm}$ 2 punti

Calcolo della differenza: $D = M_M - M_F = 8,625 \text{ cm}$ 1 punto

Risposta: In media l'altezza dei maschi è di 8,625 cm superiore a quella delle femmine. 1 punto

Nota: Se il candidato ha arrotondato correttamente tutti i risultati, riceve tutti i punti previsti.

c) (2 punti)

In quella classe 5 femmine hanno un'altezza inferiore alla media femminile della classe..... 2 punti

7. DERIVATE

1. Calcola la derivata delle seguenti funzioni:

$$f(x) = 2 \operatorname{sen} x + 3 \operatorname{cos} x - 2$$

$$g(x) = \ln(4x^2)$$

(5 punti)

Soluzione e valutazione

$$f'(x) = 2 \operatorname{cos} x - 3 \operatorname{sen} x \dots\dots\dots (1 + 1) 2 \text{ punti}$$

$$g'(x) = \frac{1}{4x^2} \cdot 8x = \frac{2}{x} \dots\dots\dots (2 + 1) 3 \text{ punti}$$

2. Calcola la derivata delle seguenti funzioni e semplifica le espressioni ottenute:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 3$$

$$g(x) = \frac{2x - 1}{x + 2}$$

(5 punti)

Soluzione e valutazione

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot 2x - 4 = x - 4 \dots\dots\dots (1 + 1) 2 \text{ punti}$$

$$g'(x) = \frac{2 \cdot (x + 2) - (2x - 1) \cdot 1}{(x + 2)^2} = \frac{5}{(x + 2)^2} \dots\dots\dots (2 + 1) 3 \text{ punti}$$

3. Scrivi l'equazione della tangente alla curva di equazione $y = x^2 - 4x$ nel punto $A(3, y_0)$.

(5 punti)

Soluzione e valutazione

Per il calcolo dell'ordinata del punto A : $y_0 = y(3) = 9 - 12 = -3$ 1 punto

Per il calcolo della derivata: $y' = 2x - 4$ 1 punto

Per il calcolo del coefficiente angolare della tangente: $k_t = y'(3) = 2$ 1 punto

Per l'equazione della tangente: $y = 2x - 9$ (1* + 1) 2 punti

4. Sia data la funzione $f(x) = x^3 - 3x + 2$.

(Totale 15 punti)

a) Calcola gli zeri della funzione f e la sua intersezione con l'asse delle ordinate.

(5 punti)

b) Calcola gli estremi della funzione f .

(6 punti)

c) Traccia il grafico della funzione f .

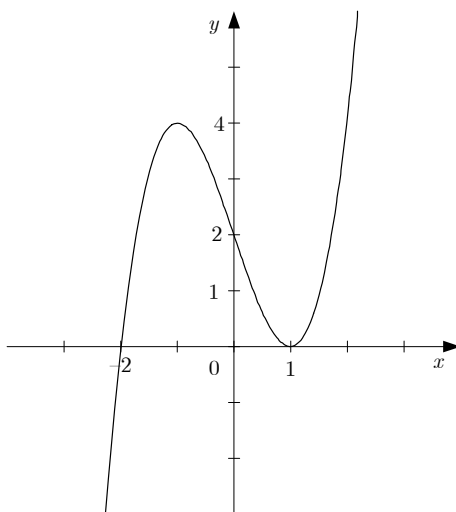
(4 punti)

Soluzione e valutazione

- a) (5 punti)
 - Per il calcolo degli zeri: $x_{1,2} = 1, x_3 = -2$ (1* + 1 + 1) 3 punti
 - Per la determinazione di $f(0) = 2$ 1 punto
 - Per la determinazione dell'intersezione di f con l'asse delle ordinate: $N(0, 2)$ 1 punto

- b) (6 punti)
 - Per il calcolo della derivata: $f'(x) = 3x^2 - 3$ 1 punto
 - Per il calcolo dei punti stazionari: $x_1 = 1, x_2 = -1$ (1* + 1 + 1) 3 punti
 - Per la determinazione degli estremi: $E_1(1, 0), E_2(-1, 4)$ (1 + 1) 2 punti

- c) (4 punti)
 - Per gli zeri e l'intersezione con l'asse y (1 + 1) 2 punti
 - Per gli estremi 1 punto
 - Per l'andamento e la forma del grafico 1 punto



8. CALCOLO COMBINATORIO E CALCOLO DELLA PROBABILITÀ

- 1. Tra 5 matematici e 3 fisici bisogna scegliere tre membri di una commissione scientifica, composta da due matematici e da un fisico. Calcola in quanti modi è possibile formare tale commissione, se non vengono posti altri vincoli.

(4 punti)

Soluzione e valutazione:

- Per l'impostazione: $\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{1}$ (1 + 1) 2 punti
- Per il calcolo, per es.: $\binom{5}{2} = 10, \binom{3}{1} = 3$ 1* punto
- Per il risultato: 30 1 punto

2. Un sacchetto contiene una pallina rossa, una azzurra, una bianca e una verde. Tina estrae a caso, una alla volta, tutte le palline. Calcola la probabilità che l'estrazione sia avvenuta con questo ordine: pallina verde, azzurra, bianca e rossa.

(4 punti)

Soluzione e valutazione:

1° procedimento:

Numero di tutti i casi possibili: $n = 4! = 24$ 1 punto

Numero dei casi favorevoli: $m = 1$ 1 punto

Per l'uso della formula e del calcolo: $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{4!} \doteq 0,042$ (1* + 1) 2 punti

2° procedimento:

Se il candidato considera che la probabilità di estrarre una pallina di un determinato colore su n palline diverse è uguale a $\frac{1}{n}$ 2 punti

Per il calcolo: $P(A) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{24} \doteq 0,042$ (1* + 1) 2 punti

6.4 ISTRUZIONI PER VALUTARE I QUESITI DELLA PROVA SCRITTA

Con queste istruzioni si desidera fornire un orientamento di massima per l'assegnazione del punteggio ai quesiti della prova scritta dell'esame di maturità di matematica. Si tratta di indicazioni generali, che non si riferiscono a un quesito specifico oppure a un determinato argomento.

Le indicazioni sono destinate ai valutatori e ai candidati.

1. Regola fondamentale

Il candidato che risolva il quesito applicando qualunque metodo corretto (anche se non previsto dalla soluzione ufficiale) riceve tutti i punti previsti.

Per metodo corretto si intende ogni procedimento che:

- interpreti correttamente il testo del quesito,
- porti alla soluzione del problema,
- sia matematicamente corretto e completo.

La regola fondamentale non si applica ai quesiti che devono seguire un metodo prescritto, per es. "risolvi graficamente". In questo caso l'uso di un metodo diverso è da considerarsi errato e la soluzione incompleta.

2. Correttezza del risultato e del procedimento

- a) Nei quesiti in cui si richiede di "calcolare esattamente" oppure che il risultato sia esatto, i numeri devono essere scritti in modo esatto, dunque in forma analitica, come per es. π , e , $\ln 2$, $\sqrt[3]{5}$... In modo esatto devono essere scritti anche tutti i risultati intermedi. Inoltre il risultato finale deve essere semplificato adeguatamente: vanno eseguite le opportune semplificazioni delle frazioni numeriche e algebriche, l'estrazione parziale dei radicali, la somma dei termini omogenei, ecc.
- b) Nei quesiti in cui si richiede un determinato livello di precisione (per es. "Calcola con una precisione di due cifre decimali"), il risultato finale deve esser scritto con la precisione richiesta e adeguatamente arrotondato. È obbligatorio l'uso del simbolo \doteq (è approssimativamente uguale). I risultati intermedi devono essere esatti il più possibile, in caso contrario si potrebbe ottenere un risultato finale non sufficientemente preciso.
- c) Alcuni quesiti possono essere risolti sia graficamente sia analiticamente. Siccome il metodo grafico non è molto preciso, esso di solito non è applicato e va considerato corretto esclusivamente quando il suo impiego sia esplicitamente richiesto. Un risultato va verificato con il calcolo anche nel caso in cui possa essere agevolmente letto dal grafico.
- d) Se un quesito è formulato ricorrendo a una domanda diretta e termina con il punto interrogativo ("?") si richiede la risposta completa.
- e) Se il candidato ha cancellato con un tratto di penna un procedimento oppure un risultato, questi non vanno considerati.
- f) Se i dati sono seguiti da unità di misura (per es. cm, kg, Euro ecc.) anche i risultati finali devono riportare le corrispondenti unità di misura. L'uso di determinate unità di misura è obbligatorio soltanto quando esse sono esplicitamente richieste; negli altri casi ogni unità è accettabile, purché sia adeguata. Se il candidato non scrive l'unità di misura perde i punti previsti per il risultato finale. Nei calcoli intermedi le unità di misura non sono obbligatorie.
- g) Nei quesiti di geometria le ampiezze degli angoli (angolo fra due rette, angoli nel triangolo) vanno espresse in gradi e in centesimi di grado, oppure in gradi e in minuti.

3. Grafici delle funzioni

Se il sistema cartesiano è già tracciato, esso va rispettato: di conseguenza, le unità non devono essere modificate e gli assi non vanno traslati. Nel caso in cui il candidato debba tracciare autonomamente un sistema cartesiano, vanno segnati gli assi e le rispettive unità di misura. Di solito si fissano unità della stessa grandezza.

Il sistema cartesiano determina i limiti dei tracciati dei grafici. Se in un determinato intervallo la funzione è definita, il grafico va tracciato fino alla fine del sistema cartesiano.

I punti estremi delle funzioni seno e coseno nel grafico devono essere rispettati.

La rappresentazione di una funzione nel relativo grafico va curata anche dal punto di vista estetico: gli archi devono essere regolari, le concavità e le convessità rispettate, l'andamento della funzione attorno ai punti notevoli corretto (zeri, poli, intersezioni con gli assi cartesiani ...).

4. Disegni a mano libera

I disegni devono riportare tutte le grandezze che nel quesito rappresentano i dati noti, i risultati parziali e quelli finali. Per segnare lati, vertici e spigoli delle figure geometriche e dei solidi valgono le regole convenzionali che sono riportate dai libri di testo usati.

Il disegno deve riportare le caratteristiche principali della figura geometrica o del solido che esso rappresenta. I simboli per le grandezze calcolate devono corrispondere a quelli riportati sul disegno o schizzo.

5. Quesiti che richiedono costruzioni geometriche

Questi quesiti si risolvono usando righello e compasso.

Bisogna sempre costruire tutte le (diverse) soluzioni ammesse dai dati a disposizione. Prima si disegna uno schizzo sul quale vanno indicate tutte le grandezze, che devono corrispondere a quelle della costruzione. Se la posizione della figura non è definita, la costruzione può iniziare in qualunque punto e proseguire in qualunque direzione, purché sia contenuta nella sua interezza all'interno del foglio d'esame.

Le costruzioni più complicate devono essere corredate da una breve descrizione del procedimento adottato.

6. Errori di distrazione, errori semplici ed errori gravi (indicazioni per i valutatori)

Sono considerati **errori di distrazione** quelli commessi per sbadataggine, per esempio uno sbaglio nel copiare un dato o un risultato intermedio.

Sono considerati **errori semplici** i risultati errati di operazioni numeriche, per es. $3 \cdot 7 = 18$ (non invece $2^3 = 6$), oppure imprecisioni nelle costruzioni geometriche e nei grafici delle funzioni (per es. l'inclinazione di una retta, la rotondità di una curva ...).

Errori gravi sono quelli che derivano dalla mancata conoscenza di una regola o di una legge, per es.:

$$2^3 = 6, \quad \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5}{8}, \quad \log x + \log 3 = \log(x + 3), \quad \sqrt{16 - x^2} = 4 - x.$$

Se un quesito vale n punti bisogna rispettare le seguenti regole:

- Per gli errori di distrazione oppure per gli errori semplici si toglie un punto.
- Se un errore grave compare all'inizio di un quesito, a quest'ultimo va assegnato il punteggio di zero; invece, il quesito va valutato fino al punto in cui si è verificato l'errore grave se quest'ultimo compare nel corso della risoluzione, ed è prevista l'assegnazione di punti intermedi.
- Nel caso di quesiti strutturati, le regole fin qui menzionate vanno applicate per ogni singola parte del quesito.

6.5 ESAME ORALE

La lista delle domande e le schede per l'esame orale devono riflettere i contenuti del programma d'esame di maturità professionale. Esse sono preparate dagli insegnanti titolari della materia e in servizio nella scuola in cui si svolge l'esame. La lista presenta separatamente le domande di teoria e le situazioni problematiche attinenti al profilo professionale del candidato oppure alla vita quotidiana. Ogni scheda contiene una situazione problematica e tre domande teoriche relative alla situazione problematica o riconducibili a essa. Le domande devono riferirsi ad ambiti tematici diversi.

■ Esempi di schede per l'esame orale:

Esempio 1:

La tariffa di un tassista A è di 4 € per la corsa e di 1,50 € per ogni chilometro percorso. La tariffa del tassista B invece è di 2 € per la corsa e di 1,75 € per ogni chilometro percorso.

1. Descrivete le proprietà di una progressione aritmetica.

Scrivete la progressione aritmetica in cui l' n -esimo termine corrisponde al costo del tassista A per una corsa di n chilometri. Ripetete l'operazione per il tassista B.

2. Descrivete le proprietà della funzione lineare e del suo grafico.

Scrivete le funzioni lineari che rappresentano rispettivamente la tariffa del tassista A e quella del tassista B.

Usando uno strumento tecnologico adeguato rappresentate i grafici di queste due funzioni lineari.

3. Spiegate come si risolve un sistema di due equazioni lineari a due incognite. Come si può interpretare geometricamente la soluzione del sistema?

Confrontate le tariffe dei due tassisti.

Esempio 2:

Una sfera di metallo avente massa 500 g e raggio 3 cm è fatta rotolare su una superficie piana.

1. Descrivete le caratteristiche della funzione di secondo grado e del suo grafico. L'energia cinetica W_k di un corpo di massa m e velocità v è espressa dalla formula

$$W_k = \frac{1}{2}mv^2. \text{ Utilizzando uno strumento tecnologico adeguato rappresentate}$$

graficamente la variazione dell'energia cinetica della sfera in funzione della sua velocità.

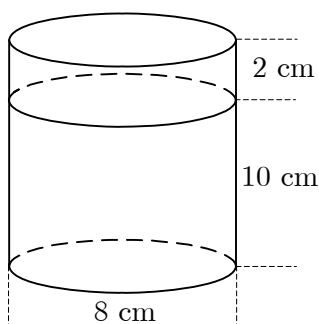
2. Quando due angoli sono congruenti, complementari, supplementari, consecutivi, adiacenti?

È possibile che la sfera disegnata a sinistra, dopo aver urtato la parete, colpisca l'altra sfera?



3. Calcola il volume del cilindro e il volume della sfera.

Nella figura è illustrato un cilindro contenente dell'acqua in cui viene immersa la sfera. Dopo l'immersione, è possibile che l'acqua fuoriesca dal bordo del cilindro? Motiva la tua risposta.



■ Valutazione dell'esame orale

Il candidato riceve in totale 30 punti, di cui almeno 10 per la situazione problematica, per il collegamento delle domande teoriche alla situazione data e per l'uso appropriato degli strumenti tecnologici.

Vanno rispettati i seguenti criteri:

- l'uso adeguato del linguaggio matematico nella comunicazione,
- l'adeguatezza di concetti matematici, procedimenti e strategie, relativi alla situazione problematica proposta,
- la scelta e l'esecuzione corretta dei procedimenti,
- il livello di astrazione, sistematicità, capacità deduttive dimostrate dall'allievo nella sua esposizione,
- l'uso adeguato di strumenti tecnologici,
- le motivazioni a sostegno della scelta di procedimenti e strategie risolutive, e la correttezza delle soluzioni.

7. BIBLIOGRAFIA E MATERIALI CONSIGLIATI

Per prepararsi all'esame di maturità, i candidati possono usare libri di testo e altri materiali didattici, approvati dal Consiglio degli esperti per l'istruzione generale della Repubblica di Slovenia e indicati nel **Catalogo dei libri di testo per la scuola media**, pubblicato sul sito dell'Istituto dell'Educazione della Repubblica di Slovenia, all'indirizzo www.zrss.si.

PROGRAMMA PER L'ESAME DI MATURITÀ PROFESSIONALE – MATEMATICA

Titolo originale: PREDMETNI IZPITNI KATALOG ZA POKLICNO MATURO - MATEMATIKA

Il catalogo è stato compilato da:

dr. Gregor Dolinar
Lovro Dretnik
Marjan Hafner
Mira Jug Skledar
mag. Mojca Suban Ambrož

Traduzione in lingua italiana di:

Lilia Peterzol

Revisione per la lingua italiana:

dr. Sergio Crasnich

La versione originale in lingua slovena del programma è stata approvata nella seduta n. 132 del Consiglio degli Esperti della Repubblica di Slovenia per l'istruzione generale (Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje) in data 27.5.2010. Essa ha validità a partire dalla sessione primaverile dell'anno 2012.

La validità del Programma per l'anno in cui il candidato deve sostenere l'esame di maturità è indicata nel Catalogo dell'esame di maturità professionale dell'anno in corso.

Edito e redatto dal

DRŽAVNI IZPITNI CENTER
Rappresentato da: **mag. Darko Zupanc**

Redattrice:

mag. Mateja Jagodič, Joži Trkov

© Državni izpitni center.
Tutti i diritti sono riservati.

Impostazione grafica: Barbara Železnik Bizjak
Revisione editoriale e elaborazione al computer
della traduzione italiana: Dinka Petje
Stampa: Državni izpitni center
Prima edizione
Tiratura: 50 copie
Ljubljana 2010

Prezzo del catalogo: 4 EUR

ISSN: 1854-004X