Šifra kandidata:

Državni izpitni center

P052C10111M

JESENSKI ROK
ŐSZI IDŐSZAK

MATEMATIKA

Izpitna pola / *Feladatlap*

Ponedeljek, 29. avgust 2005 / 120 minut brez odmora
2005. augusztus 29., hétfő / 120 perc, szünet nélkül.

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki: kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo brez grafičnega zaslona in brez možnosti simbolnega računanja, šestilo, trikotnik (geotrikotnik), ravnilo in kotomer.
Izpitni poli sta priložena konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt, háromszögvonalzót (geo-háromszögvonalzót), vonalzót és szögmérőt hoz magával. A feladatlaphoz egy értékelőlap és két vázlatlap van mellékelve.

POKLICNA MATURA
SZAKMAI ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Izpitna pola ima 24 strani, od tega 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 24 oldal, ebből 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite oziroma vpišite svojo šifro na označeno mesto zgoraj na naslovni strani in na ocenjevalni obrazec ter na konceptna lista.

Izpitna pola ima dva dela. Število točk, ki jih lahko dobite za posamezne naloge, je navedeno v izpitni poli.
V prvem delu rešite vseh 9 nalog. V drugem delu izmed treh nalog izberite in rešite dve.

Pišite z nalivnim peresom ali kemičnim svinčnikom. Če se zmotite, napačen zapis prečrtajte in ga napišite na novo. Naloge z nejasnimi in nečitljivimi rešitvami bodo ovrednotene z nič (0) točkami.
Če ste nalogo rešili na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Grafe funkcij, geometrijske skice in risbe narišite s svinčnikom.
Izdelek naj bo pregleden in čitljiv.
Pot reševanja mora biti od začetka do rezultata jasno in korektno predstavljena, z vsemi vmesnimi sklepi in računi.
Na 3. in 4. strani so formule. Morda si boste s katero pomagali pri reševanju nalog.

V razpredelnici označite z **x**, kateri dve nalogi ste izbrali v 2. delu.

1. naloga	2. naloga	3. naloga

Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.
Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno.
Zaupajte vase in v svoje znanje. Želimo Vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót! Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Kódszámát ragassza vagy írja be a megjelölt keretbe a borítón, az értékelőlapon és a vázlatlapokon!

A feladatlap két részből áll. Az egyes feladatoknál elérhető pontszámot a feladatlapon feltüntettük.
Az első részben mind a 9 feladatot oldja meg! A második rész három feladata közül válasszon ki és oldjon meg kettőt!

Töltőtollal vagy golyóstollal írjon! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd írja le a helyeset! A zavaros és olvashatatlan megoldásokat nulla (0) ponttal értékeljük. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje meg, melyik megoldást értékelje az értékelő!

A függvények grafikonjait, a mértani ábrákat és rajzokat ceruzával készítse el!
Munkája legyen áttekinthető és olvasható!
A megoldási eljárás legyen világos és korrekt a kezdettől egészen az eredményig, tartalmazza az összes közbeeső következtetést és számítást!
Az 5. és a 6. oldalon vannak a képletek. Ezek segítségére lehetnek a feladatok megoldásában.

A táblázatban ***x****-szel jelölje, melyik két feladatot választotta a 2. részben!*

1. feladat	*2. feladat*	*3. feladat*

Az értékelők nem nézik át a vázlatlapokat.
Minden feladatot figyelmesen olvasson el! Megfontolva oldja meg a feladatokat!
Bízzon önmagában és képességeiben! Munkájához sok sikert kívánunk!

FORMULE

1. Pravokotni koordinatni sistem v ravnini

- **Ploščina** (S) **trikotnika z oglišči** $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

  $S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

- **Kot med premicama:** $\operatorname{tg}\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}\right|$

2. Ravninska geometrija (ploščine likov so označene z S)

- **Trikotnik**:

  $S = \frac{c \cdot v_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin\gamma$

  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

- **Polmera trikotniku včrtanega** (r) **in očrtanega** (R) **kroga:**

  $r = \frac{S}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2}\right)$; $R = \frac{abc}{4S}$

- **Enakostranični trikotnik:** $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

- **Deltoid, romb:** $S = \frac{e \cdot f}{2}$, **trapez:** $S = \frac{a+c}{2} \cdot v$

- **Dolžina krožnega loka:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$

- **Krožni izsek:** $S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$

- **Sinusni izrek:** $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

- **Kosinusni izrek:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

3. Površine in prostornine geometrijskih teles (S je ploščina osnovne ploskve)

- **Prizma in valj:** $P = 2S + S_{pl}$, $V = S \cdot v$

- **Piramida:** $P = S + S_{pl}$, $V = \frac{1}{3} S \cdot v$

- **Pokončni stožec:** $P = \pi r \cdot (r + s)$, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot v$

- **Krogla:** $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Kotne funkcije

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$ $\quad\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\quad\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Kvadratna funkcija, kvadratna enačba

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Teme:** $T(p,q)$, $p = -\dfrac{b}{2a}$, $q = -\dfrac{D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Ničli:** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n\log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Zaporedja

- **Aritmetično zaporedje:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$
- **Geometrijsko zaporedje:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statistika

- **Srednja vrednost(aritmetična sredina):** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_k}{k}$,

  $\overline{x} = \dfrac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- **Varianca:** $\sigma^2 = \dfrac{1}{k}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_k - \overline{x})^2\right]$
- **Standardni odklon:** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

KÉPLETEK

1. Derékszögű koordináta-rendszer a síkban

- ***Az*** $A(x_1,\ y_1),\ B(x_2,\ y_2),\ C(x_3,\ y_3)$ ***csúcsú háromszög területe*** (S)***:***

  $S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$
- ***Két egyenes hajlásszöge:*** $\operatorname{tg}\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}\right|$

2. Síkbeli mértan (a síkidomok területe S -sel van jelölve)

- ***Háromszög:*** $S = \frac{c \cdot v_c}{2} = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$

  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},\ s = \frac{a+b+c}{2}$
- ***A háromszögbe írható kör sugara*** (r) ***és a háromszög köré írható kör sugara*** (R)***:***

  $r = \frac{S}{s},\ \left(s = \frac{a+b+c}{2}\right);\ R = \frac{abc}{4S}$
- ***Egyenlő oldalú háromszög:*** $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4},\quad v = \frac{a\sqrt{3}}{2},\quad r = \frac{a\sqrt{3}}{6},\quad R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- ***Deltoid, rombusz:*** $S = \frac{e \cdot f}{2}$, ***trapéz:*** $S = \frac{a+c}{2} \cdot v$
- ***A körív hossza:*** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- ***Körcikk:*** $S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- ***Szinusztétel:*** $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$
- ***Koszinusztétel:*** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S az alaplap területe)

- ***Hasáb és henger:*** $P = 2S + S_{pl},\ \ V = S \cdot v$
- ***Gúla:*** $P = S + S_{pl},\ \ V = \frac{1}{3}S \cdot v$
- ***Egyenes kúp:*** $P = \pi r \cdot (r + s),\ V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot v$
- ***Gömb:*** $P = 4\pi r^2,\ \ V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$ $\quad$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\quad$ $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ $\quad$ ***Tengelypont:*** $T(p,q),\ p = -\dfrac{b}{2a},\ q = -\dfrac{D}{4a},\ D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ $\quad$ ***Zérushelyek:*** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n\log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Sorozatok

- ***Számtani sorozat:*** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$
- ***Mértani sorozat:*** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statisztika

- ***Középérték (számtani közép):*** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_k}{k}$, $\overline{x} = \dfrac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- ***Variancia (szórásnégyzet):*** $\sigma^2 = \dfrac{1}{k}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_k - \overline{x})^2\right]$
- ***Standard eltérés (szórás):*** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

1. del / *1. rész*

Rešite vse naloge. / *Minden feladatot oldjon meg!*

1. Izračunajte natančno vrednost izraza: $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}-\sqrt{12}-3$

   Pontosan számítsa ki a $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}-\sqrt{12}-3$ *kifejezés értékét!*

(4 točke/pont)

2. Izraz $(2x-1)^2-3x(x-2)-9$ skrčite in rezultat razstavite.

A $(2x-1)^2-3x(x-2)-9$ *kifejezést egyszerűsítse, majd az eredményt bontsa fel tényezőkre!*

(4 točke/pont)

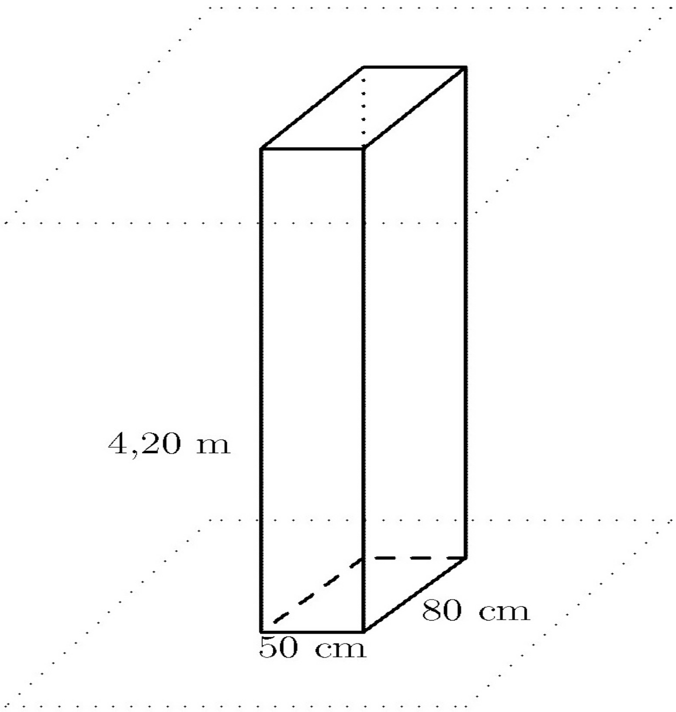
3. V pravokotnem trikotniku ABC meri kateta $b = 17,3\ \mathrm{m}$ in $\alpha = 48^\circ 30'$. Izračunajte ploščino tega trikotnika.

Az ABC *derékszögű háromszögben a befogó hosszúsága* $b = 17,3\ \mathrm{m}$ *és* $\alpha = 48^\circ 30'$. *Számítsa ki a háromszög területét!*

(4 točke/pont)

4. Steber je vpet v strop in v tla sobe. Obložili ga bomo z lesenim opažem. Po podatkih na skici izračunajte, koliko kvadratnih metrov opaža potrebujemo.

   Az oszlop a szoba mennyezetébe és a padlójába van csapokkal rögzítve. Faborítással akarjuk ellátni. Az ábrán levő adatok segítségével számítsa ki, hány négyzetméter deszkára lesz szükségünk!



(4 točke/pont)

5. Sedem planincev se je odpravilo na daljšo turo. Pred odhodom so stehtali pripravljene nahrbtnike. Dva sta tehtala po 15 kg, trije po 12 kg, eden 16 kg in eden 18 kg. Kolikšna je bila povprečna masa nahrbtnikov? Koliko odstotkov celotne mase predstavlja najtežji nahrbtnik?

Hét hegymászó hosszabb túrára indult. Az indulás előtt az elkészített hátizsákokat megmérték. Kettő 15 kg volt, három 12 kg, egy 16 kg, egy pedig 18 kg. Mekkora volt a hátizsákok átlagos tömege? Az összes tömeg hány százalékát teszi ki a legnehezebb hátizsák tömege?

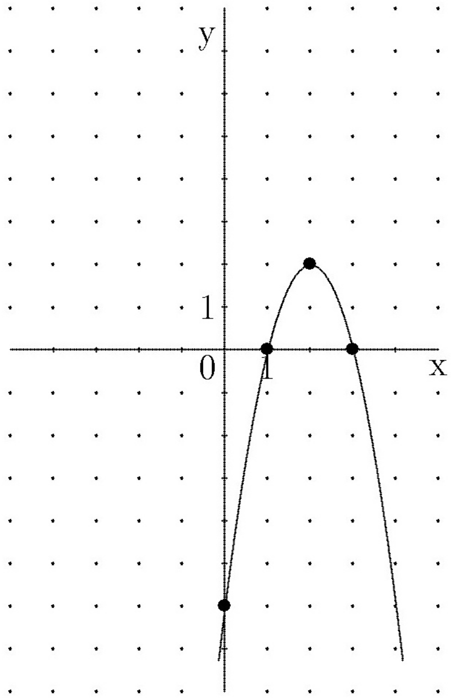
(4 točke/pont)

6. Rešite enačbi: a) $3^{x+1}-3^{x-1}=72$ b) $\log_{\frac{1}{2}} x=-2$

Oldja meg az egyenleteket! *a)* $3^{x+1}-3^{x-1}=72$ *b)* $\log_{\frac{1}{2}} x=-2$

(5 točk/pont)

7. Zapišite enačbo kvadratne funkcije, katere graf je na sliki.
   Írja fel azon másodfokú függvény egyenletét, amelynek grafikonja a képen látható!



(5 točk/pont)

8. Oče je kupil mami za rojstni dan šopek iz 12 tulipanov in 7 vrtnic, ter zanj plačal 5900 tolarjev. Enak znesek bi plačal, če bi kupil 17 tulipanov in 5 vrtnic. Izračunajte ceno tulipana in ceno vrtnice.

Az apa az anya születésnapjára virágcsokrot vett. A 12 tulipánból és 7 tüskerózsából készült csokorért 5900 tollárt füzetett. Ugyanannyit fizetne akkor is, ha 17 tulipánt és 5 tüskerózsát venne. Számítsa ki a tulipán és a tüskerózsa árát!

(5 točk/pont)

9. Izračunajte vsoto členov danega končnega aritmetičnega zaporedja: $100, 88, 76, ..., -140$.

Számítsa ki a megadott $100, 88, 76, ..., -140$ *véges számtani sorozat tagjainak az összegét!*

(5 točk/pont)

2. del / *2. rész*

Izberite dve nalogi, obkrožite njuni zaporedni številki in ju rešite.

Válasszon ki két feladatot, karikázza be a sorszámukat, és oldja meg őket!

1. Točke $A(-2,-4)$, $B(3,3)$ in $C(-1,2)$ določajo trikotnik ABC.

   Az $A(-2,-4)$, $B(3,3)$ és $C(-1,2)$ pontok az ABC háromszöget határozzák meg.

   (Skupaj 15 točk/Összesen 15pont)

   a) V koordinatni sistem natančno narišite trikotnik ABC in izračunajte dolžino njegove najdaljše stranice na dve decimalni mesti natančno.

   A koordináta-rendszerben pontosan rajzolja meg az ABC háromszöget, majd számítsa ki a leghosszabb oldalt két tizedeshely pontossággal!

   (5 točk/pont)

   b) Zapišite enačbo nosilke stranice AB.

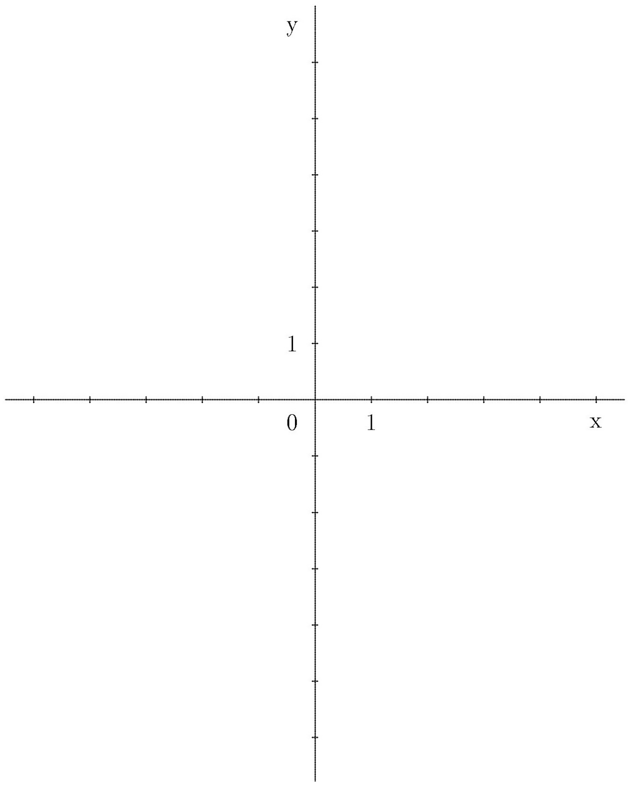
   Írja fel az AB oldal szakaszhordozó egyenes egyenletét!

   (5 točk/pont)

   c) Na minuto natančno izračunajte kot $\sphericalangle ACB$.

   Szögperc pontossággal számítsa ki az $\sphericalangle ACB$ szöget!

   (5 točk/pont)



2. Dana je funkcija $f(x) = \dfrac{2x^2}{x^2 - 4}$.

Adott az $f(x) = \dfrac{2x^2}{x^2 - 4}$ *függvény.*

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Določite ničlo, pola in vodoravno asimptoto funkcije $f(x)$.

Határozza meg az $f(x)$ *függvény zérushelyét, pólusait és a vízszintes aszimptotáját!*

(4 točke/pont)

b) Narišite graf funkcije $f(x)$.

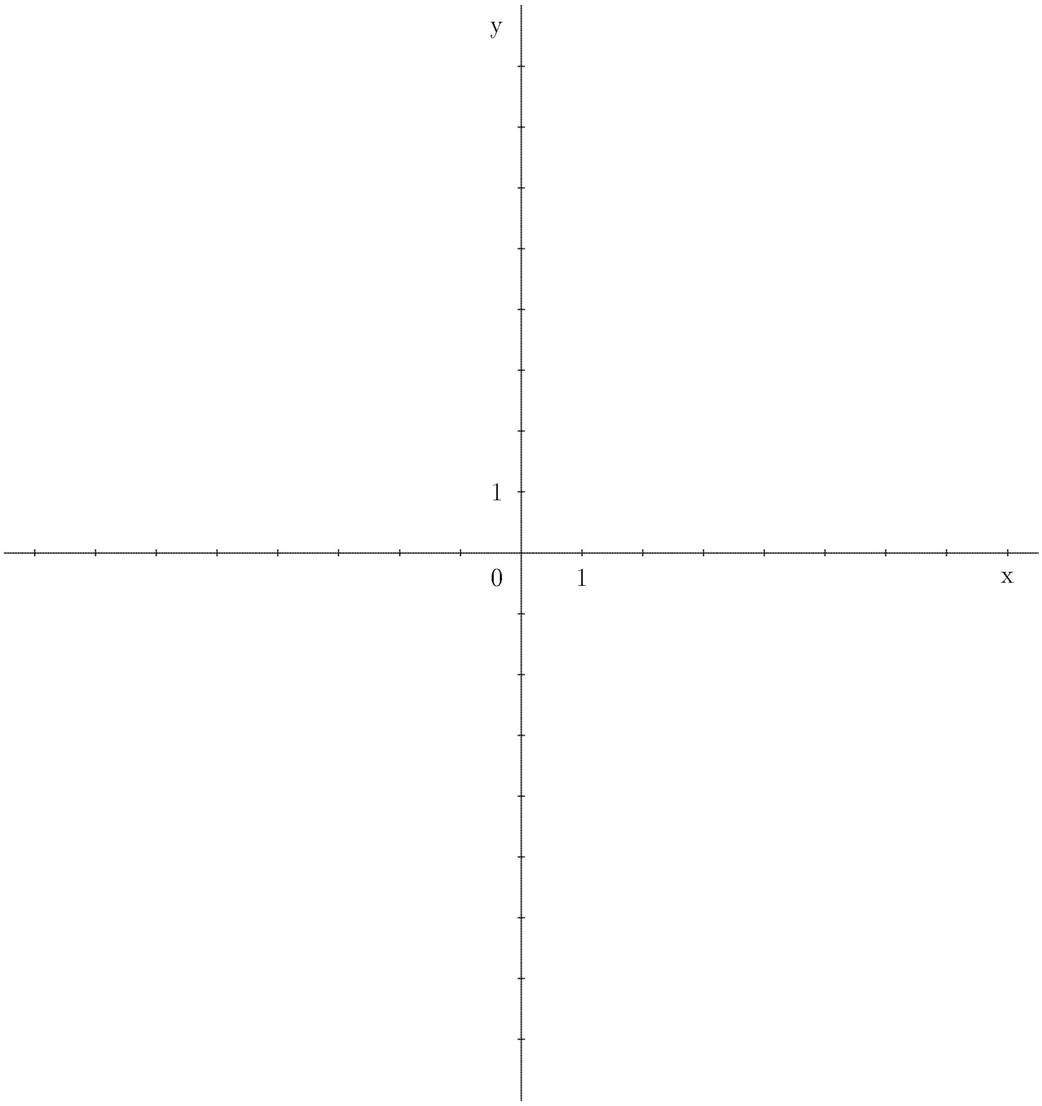
Rajzolja meg az $f(x)$ *függvény grafikonját!*

(6 točk/pont)

c) Izračunajte, za katere vrednosti x leži graf funkcije $f(x)$ nad premico $y = -2$.

Számítsa ki, melyik x *értékekre nézve van az* $f(x)$ *függvény grafikonja az* $y = -2$ *egyenes fölött!*

(5 točk/pont)



3. Igralno kocko smo vrgli 200-krat. Pri tem smo zabeležili naslednje rezultate:
35-krat po 1 pika,
25-krat po 2 piki,
v 20 % metov po 3 pike,
v osmini metov po 4 pike,
v 30 metih po 5 pik,
v preostalih metih po 6 pik.

A dobókockát 200-szer dobtuk el. A következő eredményeket jegyeztük fel:

35-szer 1 pontot dobtunk,
25-szer 2 pontot dobtunk,
20 %-ban 3 pontot dobtunk,
az esetek egynyolcadában 4 pontot dobtunk,
30 esetben 5 pontot dobtunk,
a többi esetben pedig 6 pontot dobtunk.

(Skupaj 15 točk/összesen 15 pont)

a) Zapišite, kolikokrat so padle 3 pike, kolikokrat 4 in kolikokrat 6 pik.

Írja fel, hányszor dobtunk 3 pontot, hányszor 4-et és hányszor 6-ot!

(6 točk/pont)

b) V tabeli prikažite absolutne in relativne frekvence padlih pik.

A táblázatban mutassa be a dobott pontok abszolút és relatív frekvenciáját!

(4 točke/pont)

c) Grafično predstavite rezultate metov (histogram ali poligon ali kolač).

Grafikusan szemléltesse a dobások eredményeit (hisztogram vagy poligon vagy kördiagram)!

(5 točk/pont)

Število padlih pik *A dobott pontok száma*	Absolutna frekvenca *Abszolút frekvencia* f_j	Relativna frekvenca *Relatív frekvencia* f_j°

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL