Državni izpitni center

P052C10113M

ŐSZI IDŐSZAK

MATEMATIKA

ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

2005. augusztus 29., hétfő

SZAKMAI ÉRETTSÉGI VIZSGA

ÚTMUTATÓ

a szakmai írásbeli érettségi vizsga feladatainak ÉRTÉKELÉSÉHEZ

Az útmutató néhány általános utasítást szeretne nyújtani a matematika szakmai írásbeli érettségi vizsga feladatainak pontozásához. Ezek az általános utasítások nem kötődnek egyes feladatokhoz vagy a feladatok tartalmazta tananyaghoz, az adott megoldókulcsban pedig nem jelennek meg külön követelmények a keletkezett problémával kapcsolatban.

Az útmutató az értékelők és a jelöltek részére készült.

1. Alapszabály

Az a jelölt, aki bármilyen helyes módon eljutott a helyes megoldáshoz (akkor is, ha a megoldókulcs ezt a módszert nem tartalmazza), maximális pontszámot kap.

Helyes módszernek számít minden eljárás, amely:

– értelmesen figyelembe veszi a feladat szövegét,

– a probléma megoldásához vezet,

– matematikai szempontból helyes és teljes.

Az alapszabály nem érvényesül azokban a feladatokban, amelyekben a megoldási mód elő van írva, pl.: ″Oldja meg grafikus módon!″. Ebben az esetben minden más módszer hibának, illetve nem teljes megoldásnak számít.

2. Az eredmény és az eljárás helyessége

a) Azokban a feladatokban, ahol az utasítás ″Számítsa ki pontosan!″ vagy ″Az eredmény pontos legyen!″, legyenek a számok pontosan felírva, tehát analitikus alakban, pl.: π, e, $\ln 2$, $\sqrt[3]{5}$ … Az összes közbülső eredmény is legyen pontosan felírva. A végeredmények legyenek megfelelően egyszerűsítve: a törtek és a törtes kifejezések legyenek redukált alakban, a gyökökből részben gyököt kell vonni, az egynemű tagok legyenek összeadva ...

b) Azokban a feladatokban, ahol a pontosság követelmény (pl.: ″Számítsa ki két tizedesre!″), a végeredmény az előírt pontossággal és megfelelően kerekítve legyen felírva. A $\doteq$ (körülbelül egyenlő) felírás kötelező. A közbülső eredményeket nagyobb pontossággal kell kiszámítani (igyekezzünk pontosan számítani, ha lehet), különben megtörténhet, hogy a végeredmény nem lesz elég pontos.

c) Egyes feladatokat megoldhatunk számítással és grafikus módon is. Mivel a grafikus módszer általában nem pontos, inkább ne alkalmazzuk! Csak azoknál a feladatoknál vesszük megfelelőként figyelembe, amelyek ezt a módszert kimondottan előírják. Ha egy egyszerű eredmény a grafikonról is leolvasható, a helyességét számítással is bizonyítani kell.

d) Ha a feladat szövege kérdés formájában van megfogalmazva (a végén ″?″ van), a válasz teljes mondatot követel.

e) Ha a jelölt a megoldásban az eljárást vagy az eljárás egy részét áthúzta, az áthúzottat nem pontozzuk.

f) Ha az adatok közt mértékegységek is szerepelnek, pl. cm, kg, SIT ..., akkor a végeredményekben is legyenek ott a megfelelő mértékegységek. Meghatározott egység használata csak akkor kötelező, amikor ez kimondottan elő van írva, különben bármelyik értelmes egység elfogadható. Ha a jelölt az ilyen feladatban az egységet nem írja fel, az eredményért nem kap pontot. A közbülső eredmények lehetnek egység nélkül is.

g) A szögeket a mértani feladatban (két egyenes hajlásszöge, a háromszög szöge ...) fokokban és századfokokban, vagy fokokban és percekben fejezzük ki.

3. A függvények grafikonjai

Ha a koordináta-rendszer már adott, akkor azt figyelembe vesszük − nem változtatjuk meg az egységeket, nem toljuk el a tengelyeket. Ha magunk rajzolunk koordináta-rendszert, kötelezően megjelöljük a tengelyeket, és mindegyik tengelyen az egységet. Általában mindkét tengelyen egyenlő nagyságú egységet választunk.

A koordináta-rendszer meghatározza a grafikonok rajzolásának határait. A grafikon kötelezően legyen megrajzolva a koordináta-rendszer végéig (ha a függvény odáig van értelmezve).

A szinusz- és koszinuszfüggvények esetében figyelembe kell venni a szélsőértékeket.

A grafikon esztétikai szempontból is feleljen meg az adott függvénynek: szabályos körívek, a konkáv, illetve konvex grafikon figyelembevétele, viselkedés a jellegzetes pontok környezetében (zérushelyek, pólusok, a koordináta-tengelyekkel való metszéspontok ...).

4. Ábrák

Az ábrán legyen jelölve minden olyan mennyiség, amely adatként, részeredményként vagy végeredményként szerepel a feladatban. A mértani síkidomoknál és testeknél az oldalak, csúcsok, élek jelölésekor az általános megállapodásoknak megfelelően járunk el. Ezek a szabályok a tankönyvekben megtalálhatók.

Az ábra feleljen meg az általa ábrázolt idom vagy test főbb jellemzőinek. A kiszámított mennyiségek jelölései egyezzenek meg az ábra jelöléseivel.

5. Szerkesztési feladatok

A szerkesztési feladatokat körzővel és vonalzóval oldjuk meg.

Mindig meg kell szerkeszteni az összes (nem egybevágó) megoldást, amelyet az adatok meghatároznak. Ezeknél a feladatoknál legelőször ábrát készítünk. Az ábrán levő jelölések egyezzenek meg a képen levő jelölésekkel. Ha a síkidom fekvése nincs meghatározva, a szerkesztést tetszőleges kezdőpontban kezdhetjük tetszőleges irányban, ügyelve arra, hogy a teljes szerkesztés kiférjen a feladatlapra.

A nehezebb szerkesztési feladatok esetében szavakkal is leírjuk a szerkesztési eljárást.

6. Botlások, hibák és súlyos hibák (utasítás az értékelőknek)

Botlásnak a figyelmetlenség okozta hibát tekintjük, ilyenek pl. az adatok másolásakor, a részeredmények másolásakor keletkező hibák.

Hibának tekintjük a számtani művelet hibás eredményét, pl.: $3 \cdot 7 = 18$ (de pl. a $2^3 = 6$ nem), a szerkesztésnél vagy a függvénygrafikonok megrajzolásánál való pontatlanságot (pl.: a vonal meredeksége, görbeség ...).

Súlyos hiba az a hiba, amely a szabályok és törvények nem ismerése miatt következett be, pl.:
$2^3 = 6,\ \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5}{8},\ \log x + \log 3 = \log(x+3),\ \sqrt{16 - x^2} = 4 - x$.

Ha a feladat ***n*** pontot ér, akkor a következő módon járunk el:

a) Botlás vagy hiba esetében 1 pontot levonunk.

b) Ha a súlyos hiba a megoldási eljárás elején van, a feladatot 0 ponttal értékeljük, különben a súlyos hibáig értékeljük (ha lehetségesek részpontok).

c) Az összetett feladatok mindegyik részénél külön-külön figyelembe vesszük mindkét fenti szabályt.

1. rész

Alapszabály: Az a jelölt, aki bármilyen helyes úton eljutott a helyes megoldásig, maximális pontszámot kap.

Magyarázat: Az (1*)-gyel jelölt pont eljárási pont. A jelölt akkor kapja meg, ha felírta (alkalmazta) a helyes eljárást, de hiba vagy hibás adatok miatt az eredmény nem helyes.

1. Összesen 4 pont

- A tört nevezőjének gyöktelenítése: $3+\sqrt{3}$ .... (1* + 1) 2 pont
- Részleges gyökvonás: $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ .... 1 pont
- Megoldás: $-\sqrt{3}$ .... 1 pont

2. Összesen 4 pont

- Az első tag: $4x^2-4x+1$ .... 1 pont
- A második tag: $-3x^2+6x$ .... 1 pont
- Az egyszerűsített kifejezés: x^2+2x-8 .... 1 pont
- A tényezőkre felbontott kifejezés: $(x+4)(x-2)$ .... 1 pont

3. Összesen 4 pont

- Oldal, pl. $a=b\,\mathrm{tg}\,\alpha \doteq 19,6\ \mathrm{m}$ .... (1* + 1) 2 pont
- A terület kiszámítása, pl.: $S=\dfrac{ab}{2}\doteq 169,1\ \mathrm{m}^2$ .... (1* + 1) 2 pont

4. Összesen 4 pont

- Eljárás, pl.: a palást kiszámítása .... 1 pont
- Az egységek összeegyeztetése .... 1 pont
- Kiszámítás, pl.: $S_{pl}=2(a+b)v=10,92\ \mathrm{m}^2$ (körülbelül $11\ \mathrm{m}^2$) .... (1* + 1) 2 pont

5. Összesen 4 pont

- A hátizsákok átlagos tömege: $\overline{x}=\dfrac{100}{7}\doteq 14,3\ \mathrm{kg}$ .... (1* + 1) 2 pont
- A százalék kiszámítása, pl.: $p=\dfrac{18}{100}$ .... 1 pont
- Válasz: $18\ \%$ .... 1 pont

6. Összesen 5 pont

a)

- Eljárás, pl.: $3^{x-1}(9-1)=72;\quad 3^{x-1}=9$ .... (1* + 1) 2 pont
- Megoldás: $x=3$ .... 1 pont

b)

- $x=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=4$ .... (1* + 1) 2 pont

7. Összesen 5 pont

- Eljárás, pl.: $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$ .... 1 pont
- Az adatok figyelembevétele, pl.: $-6=a(0-1)(0-3)$ .... 1 pont
- Az együttható kiszámítása, pl.: $a=-2$ .... (1* + 1) 2 pont
- A másodfokú függvény felírása: $f(x)=-2(x-1)(x-3)$ vagy
  $f(x)=-2x^2+8x-6$ vagy $f(x)=-2(x-2)^2+2$ .... 1 pont

8. Összesen 5 pont

- Felállított egyenlet-rendszer, pl.:
  $12x+7y=5900$ és $17x+5y=5900$ .... (1 + 1) 2 pont
- A rendszer megoldása: $x=200,\ y=500$ .... (1* + 1) 2 pont
- Megoldás: A tulipán ára 200 tollár, a tüskerózsa ára pedig 500 tollár .... 1 pont

9. Összesen 5 pont

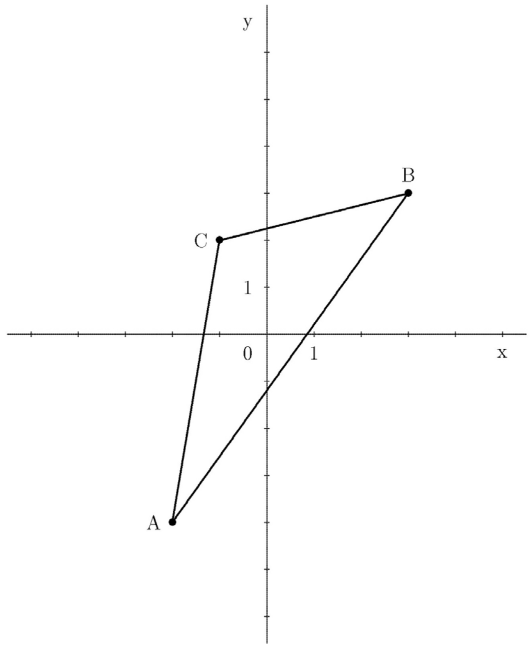
- Megállapítás vagy figyelembevétel: $a_1=100,\ d=-12$ .... 1 pont
- A tagok számának kiszámítása, pl.: $-140=100-(n-1)12,\ n=21$ .... (1* + 1) 2 pont
- Az összeg kiszámítása, pl.: $s_{21}=\frac{21}{2}(100-140)=-420$ .... (1* + 1) 2 pont

Megjegyzés: Ha a jelölt helyes eredményt kap az összes tag összeadásával, mind az 5 pontot megkapja.

2. rész

1. Összesen 15 pont

a) (5 pont)



- Az ABC háromszög megrajzolása .... 2 pont
- A leghosszabb oldal: $d(A,B)=\sqrt{5^2+7^2}=\sqrt{74}\doteq 8,60$ .... 3 pont

Ebből 1 pont a megfelelő oldal meghatározásáért, 1 pont az eljárásért és 1 pont az előírt pontosságért.

b) (5 pont)

- A meghatározott iránytényező: $k_1=\frac{7}{5}$ .... (1* + 1) 2 pont
- Az egyenes egyenlete, pl.:
  $y=kx+n\rightarrow -4=\frac{7}{5}(-2)+n;\quad n=-\frac{6}{5}$ ....(1* + 1) 2 pont
- Megoldás, pl.: $y=\frac{7}{5}x-\frac{6}{5}$ .... 1 pont

c) (5 pont)

- Eljárás, pl. koszinusztétel .... 1* pont
- Az összes adat figyelembevétele, pl.: $\cos\gamma=\dfrac{37+17-74}{2\sqrt{37}\cdot\sqrt{17}}$ .... (1 + 1) 2 pont
- A szög kiszámítása: $\gamma\doteq 113,4985^{\circ}$ .... 1 pont
- Megoldás: $\gamma\doteq 113,30^{'}$ .... 1 pont

Megjegyzés: Ha a jelölt kiszámítja a megfelelő oldalak által közbezárt hegyesszöget $(66,5^{\circ})$, összesen 4 pontot kap.

2. Összesen 15 pont

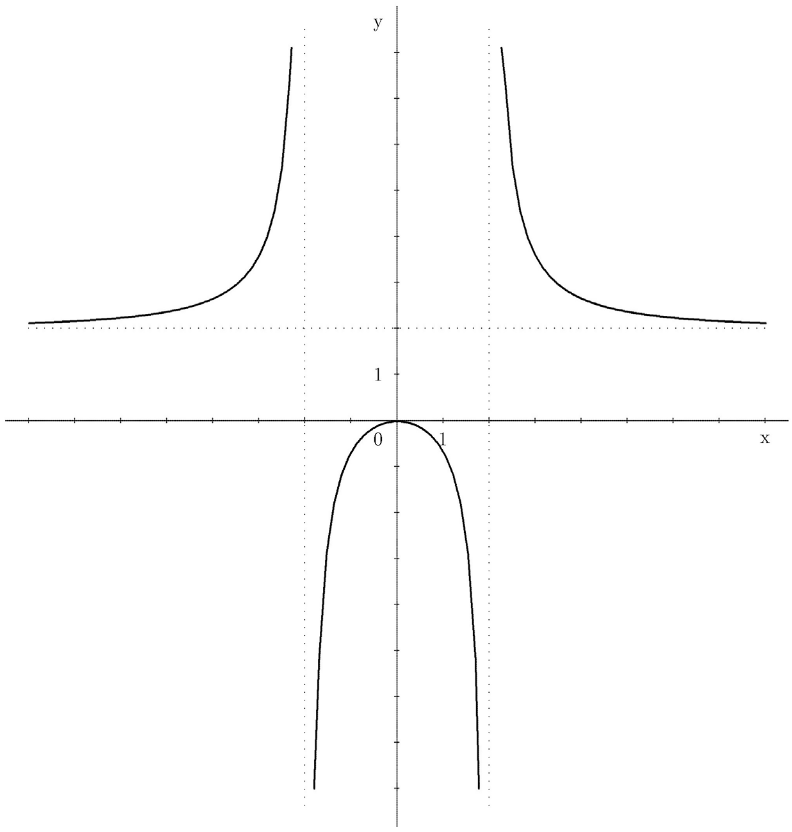
a) (4 pont)

- Zérushely: $x_{1,2} = 0$ (vagy $x = 0$; 2.rendű) 1pont
- Pólusok: $x_1 = -2,\ x_2 = 2$ .... (1 + 1) 2 pont
- Vízszíntes aszimptota: $y = 2$ .... 1 pont

b) (6 pont)

- A megrajzolt grafikon .... 6 pont

Ebből: a zérushely figyelembevétele 1 pont, a függőleges aszimptoták 1 pont, a vízszíntes aszimptota 1 pont és mindegyik rész 1 pont.



c) (4 pont)

- Az egyenlőtlenség megoldása $\dfrac{2x^2}{x^2 - 4} > -2$ .... (1* + 1) 2 pont
- Megoldás: $(-\infty, -2) \cup \left(-\sqrt{2}, +\sqrt{2}\right) \cup (2, \infty)$ .... (1 + 1 + 1) 3 pont

3. Összesen 15 pont

a) (6 pont)

- 3 pontot 40-szer dobtunk .... 2 pont
- 4 pontot 25-ször dobtunk .... 2 pont
- 6 pontot 45-ször dobtunk .... 2 pont

b) (4 pont)

A dobott pontok száma	Abszolút frekvencia f_j	Relatív frekvencia f_j^o	Középponti szög
1 pont	35	17,5	63°
2 pont	25	12,5	45°
3 pont	40	20	72°
4 pont	25	12,5	45°
5 pont	30	15	54°
6 pont	45	22,5	81°
Összesen	$\Sigma = 200$	$\Sigma = 100$	$\Sigma = 360^\circ$

c) (5 pont)

- Helyesen kijelölt tengelyek .... (1 + 1) 2 pont
- hisztogram vagy poligon vagy kördiagram.. 3 pont
- A középponti szögek kiszámítása (csak a relatív részek 1 pont) .... (1* + 1) 2 pont
- A kördiagram megrajzolása .... (1* + 2) 3 pont