Državni izpitni center

P053C10113M

TÉLI VIZSGAIDŐSZAK

MATEMATIKA

ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

2006. február 13., hétfő

SZAKMAI ÉRETTSÉGI VIZSGA

ÚTMUTATÓ

a szakmai írásbeli érettségi vizsga feladatainak ÉRTÉKELÉSÉHEZ

Az útmutató néhány általános utasítást szeretne nyújtani a matematika szakmai írásbeli érettségi vizsga feladatainak pontozásához. Ezek az általános utasítások nem kötődnek egyes feladatokhoz vagy a feladatok tartalmazta tananyaghoz, az adott megoldókulcsban pedig nem jelennek meg külön követelmények a keletkezett problémával kapcsolatban.

Az útmutató az értékelők és a jelöltek részére készült.

1. Alapszabály

Az a jelölt, aki bármilyen helyes módon eljutott a helyes megoldáshoz (akkor is, ha a megoldókulcs ezt a módszert nem tartalmazza), maximális pontszámot kap.

Helyes módszernek számít minden eljárás, amely:

- értelmesen figyelembe veszi a feladat szövegét,
- a probléma megoldásához vezet,
- matematikai szempontból helyes és teljes.

Az alapszabály nem érvényesül azokban a feladatokban, amelyekben a megoldási mód elő van írva, pl.: ″Oldja meg grafikus módon!″. Ebben az esetben minden más módszer hibának, illetve nem teljes megoldásnak számít.

2. Az eredmény és az eljárás helyessége

a) Azokban a feladatokban, ahol az utasítás ″Számítsa ki pontosan!″ vagy ″Az eredmény pontos legyen!″, a számokat pontosan kell leírni, tehát analitikus alakban, pl.: π, e, $\ln 2$, $\sqrt[3]{5}$ … Az összes közbülső eredményt is pontosan kell megadni. A végeredményeket megfelelően egyszerűsíteni kell: a törteket és a törtes kifejezéseket redukált alakban kell megadni, a gyökökből részben gyököt kell vonni, az egynemű tagokat össze kell adni .

b) Azokban a feladatokban, ahol a pontosság követelmény (pl.: ″Számítsa ki két tizedesre!″), a végeredményt az előírt pontossággal és megfelelően kerekítve kell megadni. A $\doteq$ (körülbelül egyenlő) felírás kötelező. A közbülső eredményeket minél nagyobb pontossággal kell kiszámítani (igyekezzünk pontosan számítani, ha lehet), különben megtörténhet, hogy a végeredmény nem lesz elég pontos.

c) Egyes feladatokat megoldhatunk számítással és grafikus módon is. Mivel a grafikus módszer általában nem pontos, inkább ne alkalmazzuk! Csak azoknál a feladatoknál vegyük megfelelőként figyelembe, amelyek ezt a módszert kimondottan előírják. Ha egy egyszerű eredmény a grafikonról is leolvasható, a helyességét számítással is bizonyítani kell.

d) Ha a feladat szövege kérdés formájában van megfogalmazva (a végén ″?″ van), a válasz teljes mondatot követel.

e) Ha a jelölt a megoldásban az eljárást vagy az eljárás egy részét áthúzta, az áthúzottat nem pontozzuk.

f) Ha az adatok közt mértékegységek is szerepelnek, pl. cm, kg, SIT ..., akkor a végeredményekben is legyenek ott a megfelelő mértékegységek. Meghatározott egység használata csak akkor kötelező, amikor ez kimondottan elő van írva, különben bármelyik értelmes egység elfogadható. Ha a jelölt az ilyen feladatban az egységet nem írja fel, az eredményért nem kap pontot. A közbülső eredmények lehetnek egység nélkül is.

g) A szögeket a mértani feladatban (két egyenes hajlásszöge, a háromszög szöge ...) fokokban és századfokokban, vagy fokokban és percekben fejezzük ki.

3. A függvények grafikonjai

Ha a koordináta-rendszer már adott, akkor azt figyelembe kell venni − nem változtathatjuk meg az egységeket, nem tolhatjuk el a tengelyeket. Ha magunk rajzolunk koordináta-rendszert, kötelező megjelölnünk a tengelyeket, és mindegyik tengelyen az egységeket. Általában mindkét tengelyen egyenlő nagyságú egységeket válasszunk!

A koordináta-rendszer meghatározza a grafikonok rajzolásának határait. A grafikont kötelezően meg kell rajzolni a koordináta-rendszer végéig (ha a függvény odáig van értelmezve).

A szinusz- és koszinuszfüggvények esetében figyelembe kell venni a szélsőértékeket.

A grafikon esztétikai szempontból is feleljen meg az adott függvénynek: szabályos körívek, a konkáv, illetve konvex grafikon figyelembevétele, viselkedés a jellegzetes pontok környezetében (zérushelyek, pólusok, a koordináta-tengelyekkel való metszéspontok ...).

4. Ábrák

Az ábrán jelöljünk minden olyan mennyiséget, amely adatként, részeredményként vagy végeredményként szerepel a feladatban. A mértani síkidomok és testek esetében az oldalak, csúcsok, élek jelölésekor az általános megállapodásoknak megfelelően járjunk el. Ezek a szabályok a tankönyvekben megtalálhatók.

Az ábra feleljen meg az általa ábrázolt idom vagy test főbb jellemzőinek. A kiszámított mennyiségek jelölései egyezzenek meg az ábra jelöléseivel.

5. Szerkesztési feladatok

A szerkesztési feladatokat körzővel és vonalzóval oldjuk meg.

Mindig meg kell szerkeszteni az összes olyan (nem egybevágó) megoldást, amelyet az adatok meghatároznak. Ezekben a feladatokban legelőször ábrát készítsünk. Az ábrán levő jelölések egyezzenek meg a képen levő jelölésekkel. Ha a síkidom helyzete nincs meghatározva, a szerkesztést tetszőleges kezdőpontban kezdhetjük tetszőleges irányban, ügyelve arra, hogy a teljes szerkesztés kiférjen a feladatlapra.

A nehezebb szerkesztési feladatok esetében szavakkal is írjuk le a szerkesztési eljárást.

6. Botlások, hibák és súlyos hibák (utasítás az értékelőknek)

Botlásnak a figyelmetlenség okozta hibát tekintjük, ilyenek pl. az adatok másolásakor, a részeredmények másolásakor keletkező hibák.

Hibának tekintjük a számtani művelet hibás eredményét, pl.: $3 \cdot 7 = 18$ (de pl. a $2^3 = 6$ nem), a szerkesztésnél vagy a függvénygrafikonok megrajzolásánál való pontatlanságot (pl.: a vonal meredeksége, görbeség ...).

Súlyos hiba az a hiba, amely a szabályok és törvények nem ismerése miatt következett be, pl.: $2^3 = 6$, $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5}{8}$, $\log x + \log 3 = \log(x+3)$, $\sqrt{16 - x^2} = 4 - x$.

Ha a feladat ***n*** pontot ér, akkor a következő módon járjunk el:

a) Botlás vagy hiba esetében 1 pontot levonunk.

b) Ha a súlyos hiba a megoldási eljárás elején van, a feladatot 0 ponttal értékeljük, egyébként a súlyos hibáig értékeljük (ha lehetségesek részpontok).

c) Az összetett feladatok mindegyik részénél külön-külön vegyük figyelembe mindkét fenti szabályt.

1. rész

Alapszabály: Az a jelölt, aki bármilyen helyes úton eljutott a helyes megoldásig, maximális pontszámot kap.

Magyarázat: Az (1*)-gyel jelölt pont eljárási pont. A jelölt akkor kapja meg, ha felírta (alkalmazta) a helyes eljárást, de hiba vagy hibás adatok miatt az eredmény nem helyes.

1. Összesen 4 pont

- Megoldás: NEM IGAZ, IGAZ, NEM IGAZ, IGAZ
  Mindegyik helyes válasz 1 pont, összesen... 4 pont

2. Összesen 4 pont

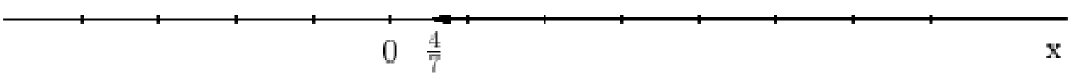
- Eljárás: $\frac{22}{9} : \frac{11}{3} - 1$ ....(1 + 1 + 1) 3 pont
- Megoldás: $-\frac{1}{3}$ .... 1 pont

3. Összesen 4 pont

- Eljárás, pl.: egyenlettel $x - \frac{3x}{8} - 60 = \frac{x}{4}$ ....2* pont
- Az egyenlet megoldása: $x = 160$ .... 1 pont
- Válasz: A köyv 160 oldalas. .... 1 pont

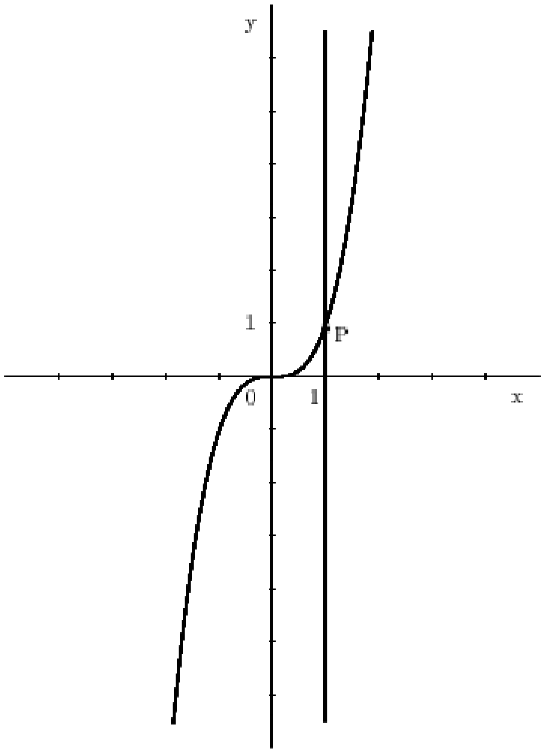
4. Összesen 4 pont

- A megoldás eljárása következő formáig, pl.: $7x > 4$ ....(1* + 1) 2 pont
- Megoldás: $x > \frac{4}{7}$ .... 1 pont
- Szemléltetés .... 1 pont

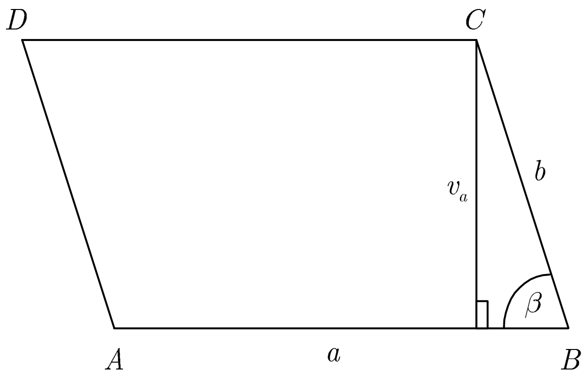


5. Összesen 4 pont

- Az $y = x^3$ görbe megrajzolása .... 2 pont
- Az $x = 1$ egyenes megrajzolása .... 1 pont
- A metszéspont meghatározása: *P(1, 1)*.. 1 pont



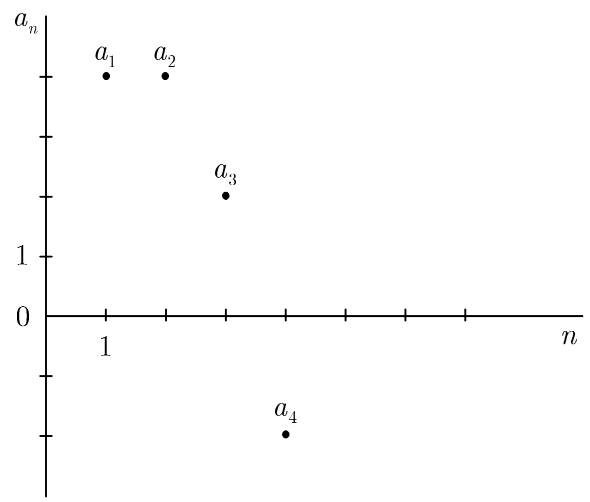
6. Összesen 5 pont



- Ábra .... 1 pont
- Kerület: $o = 20 \text{ cm}$ .... 1 pont
- Magasság, pl.: $v_a = b \sin \beta \doteq 3,81 \text{ cm}$ .... (1* + 1) 2 pont
- Terület: $S = 22,89 \text{ cm}^2$ .... 1 pont

7. Összesen 5 pont

- Sorozat: $a_1 = 4,\ a_2 = 4,\ a_3 = 2,\ a_4 = -2$
  (két helyes tagra 1 pont) .... 2 pont
- A szemléltetett tagok (két tagra 1 pont).. 2 pont

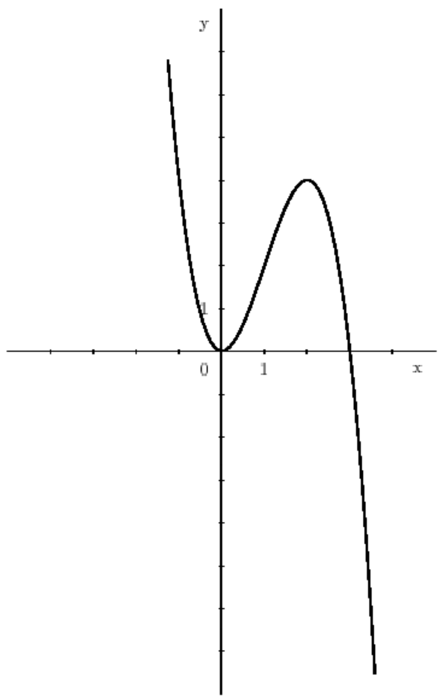


8. Összesen 5 pont

- Az első tag egyszerűsítése: $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin x$ .... (1* + 1) 2 pont
- A második tag egyszerűsítése: $2\sin(\pi - x) = 2\sin x$ .... (1* + 1) 2 pont
- Megoldás: $\sin x$ .... 1 pont

9. Összesen 5 pont

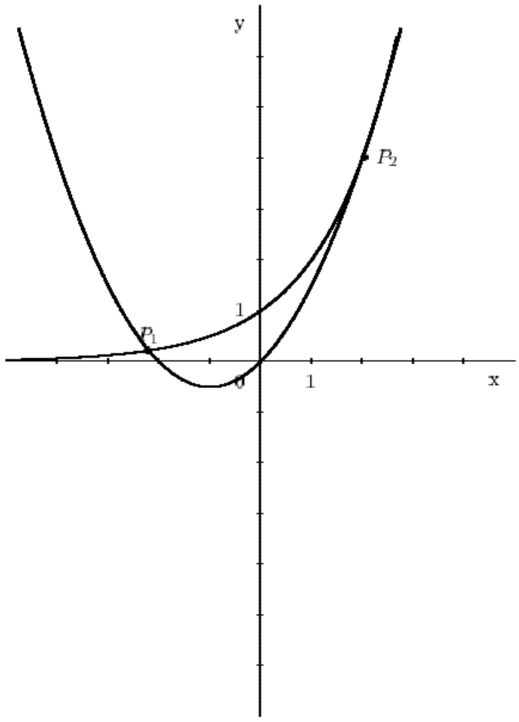
- Gyökök: $x_{1,2} = 0,\ x_3 = 3$ .... (1* + 1 + 1) 3 pont
- Grafikon.. 2 pont



2. rész

1. Összesen 15 pont

a) (7 pont)



Az $f(x) = 2^x$ függvény grafikonja:

- egy exponenciális függvény grafikonját mutatja be ....1 pont
- a grafikon a (0,1) ponton halad át .... 1 pont

A $g(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + x$ függvény grafikonja:

- a grafikon a $T\left(-1,\ -\dfrac{1}{2}\right)$ tengelypontján halad át .... 2 pont
- a grafikon a $(-2, 0)$ és $(0, 0)$ pontokon halad át... (1 + 1) 2 pont
- a grafikon parabola .... 1 pont

b) (5 pont)

- a kijelölt metszéspontok .... (1 + 1) 2 pont
- $f(2) = 4$ .... 1 pont
- $g(2) = 4$ .... 1 pont
- Felírás $f(2) = g(2)$ .... 1 pont

c) (3 pont)

- Értékek: $f(5) = 32,\ g(6) = 24$ .... (1 + 1) 2 pont
- Különbség: 8 .... 1 pont

2. Összesen 15 pont

a) (4 pont)

- A legnagyobb érték: 2004. 12. 5.: 4040 pont .... (1 + 1) 2 pont
- A legkisebb érték: 2003. 12. 16.: 3850 pont .... (1 + 1) 2 pont

b) (5 pont)

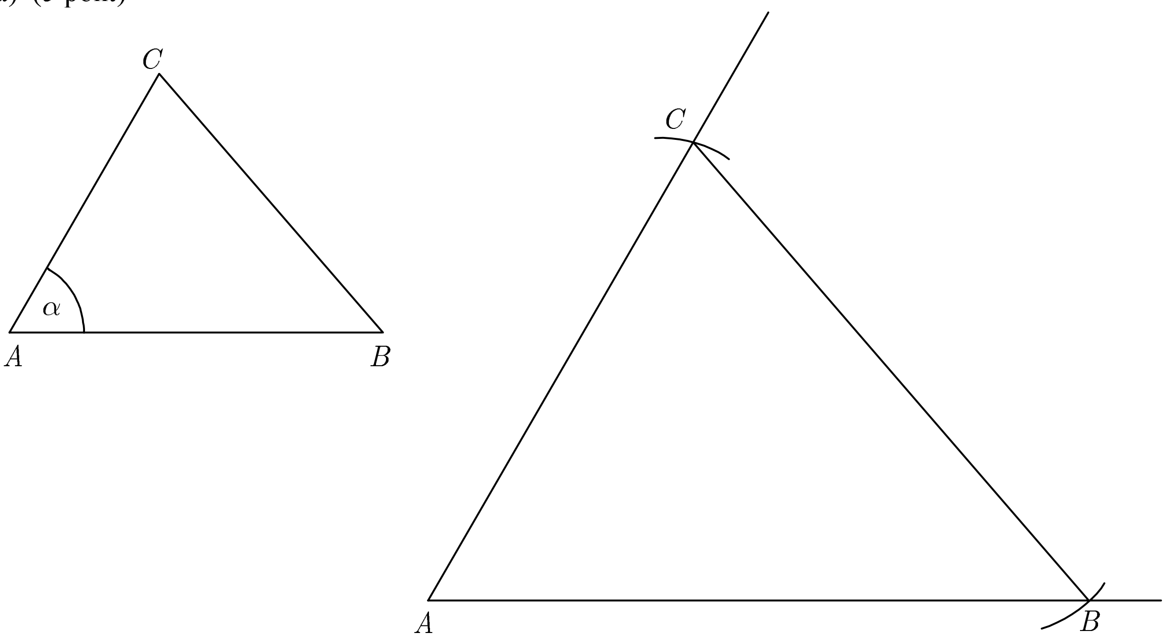
- December 9. és december 16. között 110 pont .... 5 pont

c) (6 pont)

- Az index értéke 60 ponttal növekedett, ez $1,6\ \%$ .... 6 pont

3. Összesen 15 pont

a) (5 pont)



- Ábra .... 1 pont
- A háromszög megrajzolása .... (1* + 2) 3 pont
- A háromszög megjelölése .... 1 pont

  Tolerancia: a hosszúságokra $\pm 2\ \mathrm{mm}$, a szögek méreteire $\pm 2^{\circ}$

b) (7 pont)

- A β szög kiszámítása: $\sin\beta = \dfrac{b\sin\alpha}{a} \doteq 0,7577\ldots$ .... (1* + 1) 2 pont
- $\beta \doteq 49,268^{\circ} \doteq 49,3^{\circ}$ .... 1 pont
- $\gamma = 70,7^{\circ}$ .... 1 pont
- A c oldal kiszámítása, pl.: $c = \dfrac{a\sin\gamma}{\sin\alpha} \doteq 8,718\ldots\ \ \mathrm{cm}$ .... (1* + 1) 2 pont
- $c \doteq 8,7\ \mathrm{cm}$ .... 1 pont

c) (3 pont)

- A háromszög területe, pl.: $S = \dfrac{ab \sin \gamma}{2} \doteq 26,43\ \mathrm{cm}^2$ .... (1* + 2) 3 pont