## Razstavljanje na faktorje

a2 – b2 = (a+b) \* (a-b)

a3 + b3 = (a+b) \* (a2 – ab + b2)

a3 – b3 = (a – b) \* (a2 + ab – b2)

a4 – b4 = (a2 + b2) \* (a + b) \* (a – b)

## Potence in koreni

xmxn=xm+n ; xm / xn=xm-n ; (xn)m=xnm

(xy)n = xn yn ; (x/y)n = xn/yn

(xm)1/n = (x1/n)m

(a ± b)2 = a2 ± 2ab + b2

(a ± b)3 = a3 ± 3a2b + 3ab2 ± b3

## Logaritmi

an = b  a = b1/n

n = loga b

loga1 = 0 loga a = 1

loga0 = – ∞ pri a > 1 in + ∞ pri a < 1

log (a \* b) = log a + log b

log (a/b) = log a – log b

log an = n log a

**Limite (n →∞)**

lim 1/n = 0 ; lim 1/nr= 0 pri r > 0

lim C = C ; lim Kan = K lim an

lim (an ± bn) = lim an ± lim bn

lim (an \* bn) = lim an \* lim bn

lim (an / bn) = lim an / lim bn

## Verižni račun

x SIT 1 m

3 m 1 yd

4 yd 2 USD

1 USD 200 SIT

x=(1\*1\*2\*200)/(3\*4\*1)

Veriga je sestavljena iz dveh stolpcev

Verigo začnemo z neznano količ. (levo)

Količ. v levem stolp. nove vrst. imajo enako mer. enoto kot v desnem eno višje

Zad. količ. ima enako mer. en. kot neznan

Nez. kol = desni stolpec / levi stolpec

## Razdelilni račun

Sorazmerno yi in xi

yi = k \* xi ; k = A/(x1 + x2 + …. + xn)

yi=A/(x1 + x2 + …. + xn) \* xi

Obratno sorazmerna yi in xi

yi = k / xi ; k = A/(1/x1 + 1/x2 + …. + 1/xn)

yi = A/(1/x1 + 1/x2 + …. + 1/xn) \* 1/ xi

## Zmesni račun

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Kval. | Kv. mešan. | Razlika |
| 1.vrsta  | c1 |  | cm – c2  |
|  |  | cm |  |
| 2.vrsta | c2 |  | c1 – cm  |

x1\*c1 + x2\*c2= (x1+x2)\*cm

x1 : x2 = (cm – c2) : (c1 – cm)

x1 = ((cm – c2) / (c1 – c2)) \* (x1+x2)

x2 = ((c1 – cm) / (c1 – c2)) \* (x1+x2)

## Aritmetično zaporedje

an+1 – an = d ; an = a1 + (n – 1)\*d

Sn = n\*(a1 + an)/2

## Geometrijsko zaporedje

an+1/ an = q ; an = a1\*qn-1

Sn = a1(qn –1)/(q –1) = a1(1– qn)/(1 –q)

#### Geometrična vrsta

S = a1/1–q ; pogoj: 0 < q < 1

#### Obrestni račun

o = G\*p/100 (za obdobje za katerega je podan p), sicer preračunaš

Gn= G0 + (G0\*n\*p)/100 dekurzivno

Gn= G0 \* (1 + (n\*p/100))

G0=Gn–(Gn\*n\*)/100 anticipativno

Gn= G0/(1– (n\*/100)

Celoletni pologi:

Prenumerando mesečno, obresti p.a.

Gn=12a + (78\*p\*a/1200)

 Postumerando mesečno, obresti p.a.

Gn=12a + (66\*p\*a/1200)

## Hranilna vloga

**Progresivna** metoda, vse dogodke reduciramo na konec leta, obrestujemo vloge (dvige). Vloge=+o, Dvigi=–o Nato na koncu vse obresti seštejemo.

**Stopnjevalna** metoda, vsak dogodek po svoje računamo (štejemo dneve med dogodki, obrestujemo stanje).

#### Obrestno obrestni račun

Gn = G0\*rn Dekurzivno obrestovanje

r = 1 + (p/100) dekurzivni obrest. faktor

p = (r – 1) \* 100

Gn = G0 \* ρn Anticipativno obrestovanje

ρ = 100/100-π

π = 100\*( ρ – 1 )/ ρ

m kapitalizacija

pm,r = p/m Relativna obr. mera (samo za navadni obrestni račun)

rm,k = r1/m Konformna obrestna mera

rm,k = 1 + (pm,k/100)

#### Vloge pogostejše kot kapitalizacija

Znotraj obdobja se računajo navadne obr.

Vloge mesečno prenumerando:

m=1 ; A = a \* (12 + ((78p/1200))

m=2 ; A = a \* (6 + ((21p/1200))

m=4 ; A = a \* (3 + ((6p/1200))

Vloge mesečno postnumerando:

m=1 ; B = b \* (12 + ((66p/1200))

m=2 ; B = b \* (6 + ((15p/1200))

m=4 ; B = b \* (3 + ((3p/1200))

**Periodične vloge:**

Sn = a\*r (rn – 1)/(r – 1) Vsota vlog, ki smo vlagali prenumerando! Začetek meseca

Sn = a(rn – 1)/(r – 1) Vsota vlog, ki smo vlagali postnumerando! Konec meseca

**Periodični dvigi (rente):**

S0=a (rn – 1)/ rn(r – 1) postnumerando

S0=a (1 + (rn-1–1)/ rn-1(r–1) prenumerando

**Večna renta** S0 = a/(r –1)

## Odplačevanje posojil – amort. načrt

a= Qi + oi ; on = (Dn-1 \* pk)/100 ;

pk = on \* 100/ Dn-1  ; Dn= Dn-1 – Qn

( pri zadnji vrstici načrta: Qn = Dn-1 )

a=(D0rkn(rk – 1))/rkn – 1 Obroki postnum.

D0= (a/ rkn) ((rkn – 1)/ (rk – 1))

Odplačevanje z izravnalno anuiteto (A):

A= D0rkn+1 – ark ((rkn – 1)/ (rk – 1))

**Linearna funkcija:**

y = kx + n

k naklonski kot k=Δy/∆x=tg

n odsek na ordinatni osi

## Kvadratna funkcija

y = ax2 + bx + c

D = b2 – 4ac diskriminanta

x1,2 = (– b ± D1/2)/2a

D > 0 funkcija ima 2 različni ničli

D = 0 funkcija ima eno ničlo (x1 = x2)

D < 1 funkcija nima ničli

x2 +Ax +B = (x – x1)(x – x2)

A = – (x1 + x2) ; B= (x1 \* x2)

Primer: x2 + x – 2 = (x + 2) \* (x – 1)

 x1 = - 2 ; x2 = 1

a(x – x1)(x – x2) = 0

x1+x2 = – b/a ; x1x2= c/a (vietovi formuli)

b=seštevek, c= produkt

a < 0 funkcija konkavna ( ∩ )

a > 0 funkcija konveksna ( U )

T (p, q) teme parabole; min. ali max.

p = – b/2a q= – D/4a

Maksimum funkcije: y’=0 in y’’< 0

Minimum funkcije : y’=0 in y’’ > 0

## Racionalne funkcije

f(x)= p(x)/q(x) ;p(x) n-te q(x) m-te stopnj

Definicijsko območje: vsa realna števila razen ničel imenovalca

Ničle funkcije: ničle števca

Poli funkcije: ničle imenovalca

Funkcija spremeni predznak le v ničlah ali polihn lihe stopnje!

Asimptota: delimo števec z imenovalcem

n < m premica y=0 (števec nižje stopnje)

n = m premica y=n/m (ista stopnja)

n > m delimo števec z imenovalcem

## Odvodi

[f(x) ± g(x)]’ = f’(x) ± g’(x)

[f(x) \* g(x)]’ = f’(x) \* g(x) + f(x) \* g’(x)

[f(x)/g(x)]’=(f’(x)\*g(x) - f(x)\*g’(x))/g2(x)

[K \* f(x)]’ = K \* f’(x)

[f(g(x))]’ = f’(g(x)) \* g’(x)

|  |  |
| --- | --- |
| y | y’ |
| C | 0 |
| x | 1 |
| xn | n\*xn-1 |
| 1/x | – 1/x2  |
| 1/xn | – n/xn+1 |
| x1/2 | 1/2(x1/2 ) |
| ax | ax ln a |
| ex | ex |
| ln x | 1/x |
| sin x | cos x |
| cos x | – sin x |
| tg x | 1/cos2 x |
| ctg x | – 1/sin2 x |

## Statistika

Pojav: predmet statističnega preučevanja

(oseba, stvar, žival, stvar, dogodek,…)

Statistične enote: pojavi, ki so opredeljeni s krajevnega, časovnega in stvarnega vidika.

Statistična množica: vse enote, ki izpoljnjujejo določene predpisane pogoje

Statistična spremenljivka: značilnost statistične enote

Statistični parameter: konkretna vrednost

Primer: Proučujemo odrasle nezaposlene osebe po spolu, izobrazbi in starosti občine ŠL.

Stat. množica: Vsi nezaposlen v obč. ŠL

Stat. enota: Posamezna odrasla oseba, ki ni zaposlena in je iz ŠL

St. spremenljivka: spol, izobrazba, starost

Sta. vrednost: spol (moški, ženska)

 izobrazba (1. stopnja do 7. stopnja)

 starost (več kot 18 let)

Stat. parameter: delež žensk

 Delež nezaposlenih s srednjo izobrazbo

Statistične enote so lahko: realne (v določenem prostoru in času obstajajo – opredeljene s trenutkom evidentiranja), dogodki ( zgodijo se v trenutku – opredeljenje s časovnim intervalom) dogajanja (dlje časa traja – npr. gradnja cest)

Statistično proučevanje:

Plan raziskave: zapišemo želje (kaj želimo raziskovati, postavimo začetno hipotezo)

Zbiranje podatkov: primarni viri (sami zberemo), sekundarni viri (uporabimo že zbrane podatke, npr. letopisi)

# Urejanje in prikazovanje podatkov

Analiza podatkov (glavni korak)

Zaključek, sklep. Ovržemo ali sprejmemo začetno hipotezo.

Prikazovanje podatkov:

Histogrami (stolpci)

Linijski grafikoni (poligon)

Strukturni krogi, kvadrati,….

K = 1+3.3logN Število vseh razredov

xk = (xk,min+xk,max)/2 Sred. k-tega razreda

ik = (xk,max-xk,1)/K Širina k-tega razreda

Ii = (xi /x0)\*100 Časovni indeks

Vi = (xi /xi-1)\*100=(Ii /Ii-1)\*100 Veriž. ind.

Ki =Vi/100=xi/xi-1 Koeficjent dinamike

Si = Vi-100=(Ki-1)\*100 Stopnja rasti

fk0 = fk/N Relativna frekvenva

x=Mx=1/N Σ xi (navadna) Aritm. sred.

 1/N Σ fk  xk (utežena)

G = (x1 x2…xn)1/N (negrup) Geom. sred.

 (x1f1 x2f2…xnfn)1/N (grupirani)

V = (V2 V3…Vn)1/N-1 Povp. verižni indeks

K = (xN/x1)N-1 Povp. verižne dinamike

 (IN/I1)1/N-1 ; (K2 K3…Kn)1/N-1

 (x2/x1 x3/x2 .. xn/xn-1)1/N-1

S =V-100=(K-1)\*100 Povpr. stopnja rasti

x0 = xi \* 100/Ii  ; xi = Ii \* x0/100

xi = Vi \* xi-1 /100 ; xi-1 = xi \* 100/Vi

Ii = Vi \* Ii-1 / 100 ;

# **Srednje vredn. določ. z lego podatkov**

R=PN + 0,5 (R=Rang, P=Kvantilni rang)

Grupirani podatki:

iz P  x ; Fk-1 < R ≤ Fk

x = xk,min + (R - Fk-1 /fk)\* ik

iz x  P ; xk,min < x ≤ xk,max

R = Fk-1 + (x – xk,min/ik)\* fk

Negrupirani podatki:

iz P  x ; Rk-1 < R ≤ Rk

x = xk-1 + (R – Rk-1)\*(xk – xk-1)

iz x  P ; xk-1 < x ≤ xk

R = Rk-1 + (x – xk-1/xk – xk-1)

Mo majh. mn. (Mx – Mo) ≈ 3 (Mx – Me)

Mo ≈ Mx–3(Mx-Me) ali Mo≈ 3(Me-Mx)

Mo = xk.min + (fk – fk-1/2fk – fk-1 – fk+1) \* ik

Mere variabilnosti, asimetrije in sploščenosti

Absolutne mere (v merski enoti kot x):

Wx, VR = xmax - xmin Variacijski razmik

Q = Q3 – Q1 Kvantilni razmik (sred. 50%)

Qo = (Q3 – Q1 )/2 = Q/2 Kvantilni odklon

D = D9 – D1 (sred. 80%) Decilni razmik

ADMx ADMe Povp. absol. odkkon

1/N Σ | xi – Mx | ; 1/N Σ | xi – Me | (neg)

1/N Σ fk | xk – Mx | ; 1/NΣfk | xk – Me | (g)

σ2 =1/N Σ xi2 - Mx2 Varianca (negrup)

 1/N Σ fk xk2 - Mx2 (grupirani)

σ2pv = σ2 – (i2/12) Popravek variance

Relativne mere:

WR = 2Wx/xmin + xmax Rel. variac. razmik

QR = 2(Q3 – Q1)/ Q3 + Q1 R. kvartl. razm.

QR(Me) = (Q3 – Q1)/Me

ADMeR= ADMe/Me Rel. povpr. abs. odkl.

ADMxR = ADMx/Mx

KV = σ/Mx Koeficjent variacije

## Mere asimetrije frek. porazdelitve

Mo = Me = Mx simetrična porazdelitev

Mx < Me < Mo asimetrična v levo

Mx > Me > Mo asimetrična v desno

Koeficjent asimetrije na podlagi:

modusa KAMo = (Mx – Mo)/ σ

mediane KAMe = 3\*(Mx – Me)/ σ

KA = 0 sim., < 0 as. levo, > 0 as. desno

Mo=Me=Mx Idealna porazdelitev

na (Mx – σ, Mx + σ) leži 68,3% enot

na (Mx – 2σ, Mx + 2σ) leži 95,4% enot

na (Mx – 3σ, Mx + 3σ) leži 99,7% enot

KS = 1,9\*(Q3 – Q1/D9 – D1)

koeficjent sploščenosti

KS = 1 ideal., < 1 konič., > 1 splošč.

### Koncentracija pojava

Fk% = (Fk/N)\*100 ; Rel. kum. frekvenca; (Lorenzova kriv: X os)

Xk = fk \* xk Razredni total

Xk% = (Xk/X(vsot. x-ov))\*100 Rel razr. total

Φk% (kumulativa Xk%) Kumul. raz. total (Lorenzova kriv: Y os)

**Giniev koeficjent koncentracije**

G = 1 – Σ fk% (Φk% + Φk-1%)/10000

G=1 popolna, G=0 ni koncentracije

### Korelacija statističnih spremenljivk

yi=f(xi) + εi ; f(xi) ozna. z y’i (ni odvod!)

y’i = a + bxi

Na + Σ xi b = Σ yi

Σxi a + Σxi2 b = Σxiyi

**Kovarianca dveh spremenljivk**:

cov(x,y)= 1/N Σxiyi - MxMy ;

**Determinacijski koeficjent**:

r2x,y = cov2(x,y)/ σx2 σy2 ; leži med 0 in 1

0 = ni povezanosti, 1= popolna povez.

rx,y = cov(x,y)/ σx σy ; Korelacijski koefic.

| rx,y| = 0 – 0.2 zelo nizka

 0.2 – 0.4 nizka

 0.4 – 0.7 srednje močna

 0.7 – 0.9 visoka

 0,9 - 1.0 zelo visoka



Pripomoček za risanje strukturnega kroga ( tortni diagram ). Izreži, nalepi na karton ali trši papir, obreži po obodu kroga in naredi majhno luknjico v središču kroga. Ostalo je šala mala  prostoročno narisati krog in ustrezne deleže (krožni izseki)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Stopinj | delež v % | x/y celote |
| 15 | 4,1666666 | 1/24 |
| 30 | 8,3333333 | 1/12 |
| 45 | 12,5 | 1/8 |
| 60 | 16,666666 | 1/6 |
| 90 | 25 | 1/4 |
| 120 | 33,333333 | 1/3 |
| 135 | 37.5 | 3/8 |
| 150 | 41,666666 | 5/12 |
| 180 | 50 | 1/2  |

1° = 0,2777777777 %

1% = 3,6 °