

Razstavljanje na faktorje

$$a^2 - b^2 = (a+b) * (a-b)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b) * (a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b) * (a^2 + ab - b^2)$$

$$a^4 - b^4 = (a^2 + b^2) * (a + b) * (a - b)$$

Potence in koreni

$$x^m x^n = x^{m+n} ; x^m / x^n = x^{m-n} ; (x^n)^m = x^{nm}$$

$$(xy)^n = x^n y^n ; (x/y)^n = x^n / y^n$$

$$(x^m)^{1/n} = (x^{1/n})^m$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

Logaritmi

$$a^n = b \iff a = b^{1/n}$$

$$n = \log_a b$$

$$\log_a 1 = 0 \quad \log_a a = 1$$

$$\log_a 0 = -\infty \text{ pri } a > 1 \text{ in } +\infty \text{ pri } a < 1$$

$$\log (a * b) = \log a + \log b$$

$$\log (a/b) = \log a - \log b$$

$$\log a^n = n \log a$$

Limite ($n \rightarrow \infty$)

$$\lim 1/n = 0 ; \lim 1/nr = 0 \text{ pri } r > 0$$

$$\lim C = C ; \lim K a_n = K \lim a_n$$

$$\lim (a_n \pm b_n) = \lim a_n \pm \lim b_n$$

$$\lim (a_n * b_n) = \lim a_n * \lim b_n$$

$$\lim (a_n / b_n) = \lim a_n / \lim b_n$$

Verižni račun

$$x \text{ SIT} \quad 1 \text{ m}$$

$$3 \text{ m} \quad 1 \text{ yd}$$

$$4 \text{ yd} \quad 2 \text{ USD}$$

$$1 \text{ USD} \quad 200 \text{ SIT}$$

$$x = (1 * 1 * 2 * 200) / (3 * 4 * 1)$$

Veriga je sestavljena iz dveh stolpcev

Verigo začnemo z neznano količ. (levo)

Količ. v levem stolp. nove vrst. imajo enako mer. enoto kot v desnem eno višje

Zad. količ. ima enako mer. en. kot neznan

Nez. kol = desni stolpec / levi stolpec

Razdelilni račun

Sorazmerno y_i in x_i

$$y_i = k * x_i ; k = A / (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

$$y_i = A / (x_1 + x_2 + \dots + x_n) * x_i$$

Obratno sorazmerna y_i in x_i

$$y_i = k / x_i ; k = A / (1/x_1 + 1/x_2 + \dots + 1/x_n)$$

$$y_i = A / (1/x_1 + 1/x_2 + \dots + 1/x_n) * 1/x_i$$

Zmesni račun

	Kval	Kv. mešan.	Razlika
1. vrsta	C_1		$C_m - C_2$
		C_m	
2. vrsta	C_2		$C_1 - C_m$

$$x_1 * C_1 + x_2 * C_2 = (x_1 + x_2) * C_m$$

$$x_1 : x_2 = (C_m - C_2) : (C_1 - C_m)$$

$$x_1 = ((C_m - C_2) / (C_1 - C_m)) * (x_1 + x_2)$$

$$x_2 = ((C_1 - C_m) / (C_1 - C_m)) * (x_1 + x_2)$$

Aritmetično zaporedje

$$a_{n+1} - a_n = d ; a_n = a_1 + (n - 1) * d$$

$$S_n = n * (a_1 + a_n) / 2$$

Geometrijsko zaporedje

$$a_{n+1} / a_n = q ; a_n = a_1 * q^{n-1}$$

$$S_n = a_1 (q^n - 1) / (q - 1) = a_1 (1 - q^n) / (1 - q)$$

Geometrična vrsta

$$S = a_1 / (1 - q) ; \text{pogoj: } 0 < q < 1$$

Obrestni račun

$o = G \cdot p / 100$ (za obdobje za katerega je podan p), sicer preračunaš

$$G_n = G_0 + (G_0 \cdot n \cdot p) / 100 \quad \text{dekurzivno}$$

$$G_n = G_0 \cdot (1 + (n \cdot p / 100))$$

$$G_0 = G_n - (G_n \cdot n \cdot p) / 100 \quad \text{anticipativno}$$

$$G_n = G_0 / (1 - (n \cdot p / 100))$$

Celoletni pologi:

Prenumerando mesečno, obresti p.a.

$$G_n = 12a + (78 \cdot p \cdot a) / 1200$$

Postumerando mesečno, obresti p.a.

$$G_n = 12a + (66 \cdot p \cdot a) / 1200$$

Hranilna vloga

Progresivna metoda, vse dogodke reduciramo na konec leta, obrestujemo vloge (dvige). $Vloge = +o$, $Dvigi = -o$ Nato na koncu vse obresti seštejemo.

Stopnjevalna metoda, vsak dogodek po svoje računamo (štejemo dneve med dogodki, obrestujemo stanje).

Obrestno obrestni račun

$$G_n = G_0 \cdot r^n \quad \text{Dekurzivno obrestovanje}$$

$$r = 1 + (p / 100) \quad \text{dekurzivni obrest. faktor}$$

$$p = (r - 1) \cdot 100$$

$$G_n = G_0 \cdot \rho^n \quad \text{Anticipativno obrestovanje}$$

$$\rho = 100 / (100 - p)$$

$$\pi = 100 \cdot (p - 1) / p$$

m kapitalizacija

$$p_{m,r} = p / m \quad \text{Relativna obr. mera (samo za navadni obrestni račun)}$$

$$r_{m,k} = r / m \quad \text{Konformna obrestna mera}$$

$$r_{m,k} = 1 + (p_{m,k} / 100)$$

Vloge pogostejše kot kapitalizacija

Znotraj obdobja se računajo navadne obr.

Vloge mesečno prenumerando:

$$m=1; A = a \cdot (12 + ((78p/1200)))$$

$$m=2; A = a \cdot (6 + ((21p/1200)))$$

$$m=4; A = a \cdot (3 + ((6p/1200)))$$

Vloge mesečno postnumerando:

$$m=1; B = b \cdot (12 + ((66p/1200)))$$

$$m=2; B = b \cdot (6 + ((15p/1200)))$$

$$m=4; B = b \cdot (3 + ((3p/1200)))$$

Periodične vloge:

$S_n = a \cdot r \cdot (r^n - 1) / (r - 1)$ Vsota vlog, ki smo vlagali prenumerando! Začetek meseca

$S_n = a \cdot (r^n - 1) / (r - 1)$ Vsota vlog, ki smo vlagali postnumerando! Konec meseca

Periodični dvigi (rente):

$$S_0 = a \cdot (r^n - 1) / r \cdot (r - 1) \quad \text{postnumerando}$$

$$S_0 = a \cdot (1 + (r^n - 1) / r) / (r - 1) \quad \text{prenumerando}$$

Večna renta $S_0 = a / (r - 1)$

Odplačevanje posojil – amort. načrt

$$a = Q_i + o_i; o_n = (D_{n-1} \cdot p_k) / 100;$$

$$p_k = o_n \cdot 100 / D_{n-1}; D_n = D_{n-1} - Q_n$$

(pri zadnji vrstici načrta: $Q_n = D_{n-1}$)

$$a = (D_0 \cdot r_k \cdot (r_k - 1)) / (r_k \cdot n - 1) \quad \text{Obroki postnum.}$$

$$D_0 = (a / r_k \cdot n) \cdot ((r_k \cdot n - 1) / (r_k - 1))$$

Odplačevanje z izravnalno anuiteto (A):

$$A = D_0 \cdot r_k \cdot n + 1 - a \cdot r_k \cdot ((r_k \cdot n - 1) / (r_k - 1))$$

Linearna funkcija:

$$y = kx + n$$

$$k \text{ naklonski kot} \quad k = \Delta y / \Delta x = \tan \alpha$$

n odsek na ordinatni osi

Kvadratna funkcija

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$D = b^2 - 4ac \quad \text{diskriminanta}$$

$$x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{D}) / 2a$$

$D > 0$ funkcija ima 2 različni ničli

$D = 0$ funkcija ima eno ničlo ($x_1 = x_2$)

$D < 0$ funkcija nima ničli

$$x^2 + Ax + B = (x - x_1)(x - x_2)$$

$$A = -(x_1 + x_2); B = (x_1 * x_2)$$

Primer: $x^2 + x - 2 = (x + 2) * (x - 1)$
 $x_1 = -2; x_2 = 1$

$$a(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$x_1 + x_2 = -b/a; x_1 x_2 = c/a \text{ (vietovi formuli)}$$

b=seštevek, c= produkt

a < 0 funkcija konkavna (∩)

a > 0 funkcija konveksna (U)

T (p, q) teme parabole; min. ali max.

$$p = -b/2a \quad q = -D/4a$$

Maksimum funkcije: $y'=0$ in $y'' < 0$

Minimum funkcije : $y'=0$ in $y'' > 0$

Racionalne funkcije

$f(x) = p(x)/q(x)$; p(x) n-te q(x) m-te stopnj

Definicijsko območje: vsa realna števila razen ničel imenovalca

Ničle funkcije: ničle števca

Poli funkcije: ničle imenovalca

Funkcija spremeni predznak le v ničlah ali polihh lihe stopnje!

Asimptota: delimo števec z imenovalcem

n < m premica $y=0$ (števec nižje stopnje)

n = m premica $y=n/m$ (ista stopnja)

n > m delimo števec z imenovalcem

Odводи

$$[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x)$$

$$[f(x) * g(x)]' = f'(x) * g(x) + f(x) * g'(x)$$

$$[f(x)/g(x)]' = (f'(x)*g(x) - f(x)*g'(x))/g^2(x)$$

$$[K * f(x)]' = K * f'(x)$$

$$[f(g(x))]' = f'(g(x)) * g'(x)$$

y	y'
C	0
x	1
x ⁿ	n*x ⁿ⁻¹
1/x	-1/x ²
1/x ⁿ	-n/x ⁿ⁺¹
x ^{1/2}	1/2(x ^{1/2})
a ^x	a ^x ln a
e ^x	e ^x
ln x	1/x
sin x	cos x
cos x	- sin x
tg x	1/cos ² x
ctg x	-1/sin ² x

Statistika

Pojav: predmet statističnega preučevanja

(oseba, stvar, žival, stvar, dogodek,...)

Statistične enote: pojavi, ki so opredeljeni s krajevnega, časovnega in stvarnega vidika.

Statistična množica: vse enote, ki izpolnjujejo določene predpisane pogoje

Statistična spremenljivka: značilnost statistične enote

Statistični parameter: konkretna vrednost

Primer: Proučujemo odrasle nezaposlene osebe po spolu, izobrazbi in starosti občine ŠL.

Stat. množica: Vsi nezaposleni v obč. ŠL

Stat. enota: Posamezna odrasla oseba, ki ni zaposlena in je iz ŠL

St. spremenljivka: spol, izobrazba, starost

St. vrednost: spol (moški, ženska)

izobrazba (1. stopnja do 7. stopnja)

starost (več kot 18 let)

Stat. parameter: delež žensk

Delež nezaposlenih s srednjo izobrazbo

Statistične enote so lahko: realne (v določenem prostoru in času obstajajo – opredeljene s trenutkom evidentiranja), dogodki (zgodijo se v trenutku – opredeljenje s časovnim intervalom) dogajanja (dlje časa traja – npr. gradnja cest)

Statistično proučevanje:

Plan raziskave: zapišemo želje (kaj želimo raziskovati, postavimo začetno hipotezo)

Zbiranje podatkov: primarni viri (sami zberemo), sekundarni viri (uporabimo že zbrane podatke, npr. letopisi)

Urejanje in prikazovanje podatkov

Analiza podatkov (glavni korak)

Zaključek, sklep. Ovržemo ali sprejmemo začetno hipotezo.

Prikazovanje podatkov:

Histogrami (stolpci)

Linijski grafikoni (poligon)

Strukturni krogi, kvadrati,....

$K = 1 + 3.3 \log N$ Število vseh razredov

$x_k = (x_{k,\min} + x_{k,\max})/2$ Sred. k-tega razreda

$i_k = (x_{k,\max} - x_{k,1})/K$ Širina k-tega razreda

$I_i = (x_i/x_0) * 100$ Časovni indeks

$V_i = (x_i/x_{i-1}) * 100 = (I_i/I_{i-1}) * 100$ Veriž. ind.

$K_i = V_i/100 = x_i/x_{i-1}$ Koeficjent dinamike

$S_i = V_i - 100 = (K_i - 1) * 100$ Stopnja rasti

$f_{k0} = f_k/N$ Relativna frekvenca

$\bar{x} = Mx = 1/N \sum x_i$ (navadna) Aritm. sred.

$1/N \sum f_k x_k$ (utežena)

$G = (x_1 x_2 \dots x_n)^{1/N}$ (negrup) Geom. sred.

$(x_1 f_1 x_2 f_2 \dots x_n f_n)^{1/N}$ (grupirani)

$V = (V_2 V_3 \dots V_n)^{1/N - 1}$ Povp. verižni indeks

$K = (x_N/x_1)^{N-1}$ Povp. verižne dinamike

$(I_N/I_1)^{1/N-1}$; $(K_2 K_3 \dots K_n)^{1/N-1}$

$(x_2/x_1 x_3/x_2 \dots x_n/x_{n-1})^{1/N-1}$

$S = V - 100 = (K - 1) * 100$ Povpr. stopnja rasti

$x_0 = x_i * 100/I_i$; $x_i = I_i * x_0/100$

$x_i = V_i * x_{i-1}/100$; $x_{i-1} = x_i * 100/V_i$

$I_i = V_i * I_{i-1}/100$;

Srednje vredn. določ. z lego podatkov

$R = PN + 0,5$ ($R = \text{Rang}$, $P = \text{Kvantilni rang}$)

Grupirani podatki:

iz $P \square x$; $F_{k-1} < R \leq F_k$

$x = x_{k,\min} + (R - F_{k-1}/f_k) * i_k$

iz $x \square P$; $x_{k,\min} < x \leq x_{k,\max}$

$R = F_{k-1} + (x - x_{k,\min}/i_k) * f_k$

Negrupirani podatki:

iz $P \square x$; $R_{k-1} < R \leq R_k$

$x = x_{k-1} + (R - R_{k-1}) * (x_k - x_{k-1})$

iz $x \square P$; $x_{k-1} < x \leq x_k$

$R = R_{k-1} + (x - x_{k-1}/x_k - x_{k-1})$

Mo majh. mn. $(Mx - Mo) \approx 3 (Mx - Me)$

$Mo \approx Mx - 3(Mx - Me)$ ali $Mo \approx 3(Me - Mx)$

$Mo = x_{k,\min} + (f_k - f_{k-1}/2f_k - f_{k-1} - f_{k+1}) * i_k$

Mere variabilnosti, asimetrije in sploščenosti

Absolutne mere (v merski enoti kot x):

$Wx, VR = x_{\max} - x_{\min}$ Variacijski razmik

$Q = Q_3 - Q_1$ Kvantilni razmik (sred. 50%)

$Q_o = (Q_3 - Q_1)/2 = Q/2$ Kvantilni odklon

$D = D_9 - D_1$ (sred. 80%) Decilni razmik

$AD_{Mx} AD_{Me}$ Povp. absol. odklon

$$1/N \sum |x_i - Mx| ; 1/N \sum |x_i - Me| \text{ (neg)}$$

$$1/N \sum f_k |x_k - Mx| ; 1/N \sum f_k |x_k - Me| \text{ (g)}$$

$$\sigma^2 = 1/N \sum x_i^2 - Mx^2 \text{ Varianca (negrup)}$$

$$1/N \sum f_k x_k^2 - Mx^2 \text{ (grupirani)}$$

$$\sigma_{pv}^2 = \sigma^2 - (i^2/12) \text{ Popravek variance}$$

Relativne mere:

$$W_R = 2Wx/x_{\min} + x_{\max} \text{ Rel. variac. razmik}$$

$$Q_R = 2(Q_3 - Q_1)/Q_3 + Q_1 \text{ R. kvartil. razm.}$$

$$Q_{R(Me)} = (Q_3 - Q_1)/Me$$

$$AD_{MeR} = AD_{Me}/Me \text{ Rel. povpr. abs. odkl.}$$

$$AD_{MxR} = AD_{Mx}/Mx$$

$$KV = \sigma/Mx \text{ Koeficjent variacije}$$

Mere asimetrije frek. porazdelitve

$$Mo = Me = Mx \text{ simetrična porazdelitev}$$

$$Mx < Me < Mo \text{ asimetrična v levo}$$

$$Mx > Me > Mo \text{ asimetrična v desno}$$

Koeficjent asimetrije na podlagi:

$$\text{modusa } KA_{Mo} = (Mx - Mo)/\sigma$$

$$\text{mediane } KA_{Me} = 3*(Mx - Me)/\sigma$$

$$KA = 0 \text{ sim., } < 0 \text{ as. levo, } > 0 \text{ as. desno}$$

$$Mo = Me = Mx \text{ Idealna porazdelitev}$$

$$\text{na } (Mx - \sigma, Mx + \sigma) \text{ leži 68,3\% enot}$$

$$\text{na } (Mx - 2\sigma, Mx + 2\sigma) \text{ leži 95,4\% enot}$$

$$\text{na } (Mx - 3\sigma, Mx + 3\sigma) \text{ leži 99,7\% enot}$$

$$KS = 1,9*(Q_3 - Q_1/D_9 - D_1)$$

koeficjent sploščenosti

$$KS = 1 \text{ ideal., } < 1 \text{ konič., } > 1 \text{ splošč.}$$

Koncentracija pojava

$$F_k\% = (F_k/N)*100 ; \text{ Rel. kum. frekvenca; (Lorenzova kriv: X os)}$$

$$X_k = f_k * x_k \text{ Razredni total}$$

$$X_k\% = (X_k/X_{(vsot. x-ov)})*100 \text{ Rel razr. total}$$

$$\Phi_k\% \text{ (kumulativa } X_k\%) \text{ Kumul. raz. total (Lorenzova kriv: Y os)}$$

Giniev koeficjent koncentracije

$$G = 1 - \sum f_k\% (\Phi_k\% + \Phi_{k-1}\%)/10000$$

$$G=1 \text{ popolna, } G=0 \text{ ni koncentracije}$$

Korelacija statističnih spremenljivk

$$y_i = f(x_i) + \epsilon_i ; f(x_i) \text{ ozna. z } y'_i \text{ (ni odvod!)}$$

$$y'_i = a + bx_i$$

$$Na + \sum x_i b = \sum y_i$$

$$\sum x_i a + \sum x_i^2 b = \sum x_i y_i$$

Kovarianca dveh spremenljivk:

$$\text{cov}(x,y) = 1/N \sum x_i y_i - MxMy ;$$

Determinacijski koeficjent:

$$r_{2,x,y} = \text{cov}_{2(x,y)} / \sigma_x \sigma_y ; \text{ leži med 0 in 1}$$

$$0 = \text{ni povezanosti, } 1 = \text{popolna povez.}$$

$$r_{x,y} = \text{cov}_{(x,y)} / \sigma_x \sigma_y ; \text{ Korelacijski koefic.}$$

$$|r_{x,y}| = 0 - 0.2 \text{ zelo nizka}$$

$$0.2 - 0.4 \text{ nizka}$$

$$0.4 - 0.7 \text{ srednje močna}$$

$$0.7 - 0.9 \text{ visoka}$$

$$0.9 - 1.0 \text{ zelo visoka}$$

