

csd - vektor

cds - dolžina daljice

DEF: Usmerjena daljica AB je daljica AB z orientacijo.

DEF: Naj bo U = množica vseh usmerjenih daljic v ravnini

= je relacija v U , ki je definirana takole:

$\underline{AB} = \underline{CD} \iff 1) d(A,B) = d(C,D) \text{ } \underline{AB} \text{ in } \underline{CD} \text{ sta enako dolgi kot daljici}$

2) Premici, ki ju določata para točk A,B in C,D sta vzporedni

3) $p \perp A,B // r \perp C,D$

Izrek: Relacija = je v U ekvivalenčna a) refleksivna $\underline{AB} = \underline{AB}$

b) simetrična $\underline{AB} = \underline{CD} \iff \underline{CD} = \underline{AB}$

c) tranzitivna $\underline{AB} = \underline{CD} \text{ in } \underline{CD} = \underline{EF} \implies \underline{AB} = \underline{EF}$

DEF: Vektor AB je katerikoli izmed predstavnikov ekvivalenčnega razreda izmed množice usmerjenih daljic, v katerem je usmerjena daljica AB.

Izrek: $\underline{AB} + \underline{BC} = \underline{AC}$

Izrek: Vsota vektorjev je komutativna. $\underline{a} + \underline{b} = \underline{b} + \underline{a}$

Izrek: Vsota vektorjev je asociativna

Izrek: Se{tevanje je v množici V notranja operacija.

DEF: Naj bo A - poljubna točka v ravnini, potm $\underline{AA} = \underline{0}$

Izrek: $(V, +)$ - grupa

DEF: $\underline{a} - \underline{b} = \underline{a} + (-\underline{b})$

DEF: Naj bo: $A \in \mathbb{R}$

$\underline{a} \in V$

Potem: $A(\geq)0 \implies t \cdot \underline{a}$

DEF: Naj bo V - dana množica

se{tevanje - notr. op. v V

množenje - zunanja op. v V

$(x, y \in V \implies \underline{x} + \underline{y} \in V)$

množenje - zunanja op. v smislu $(x \in V) \text{ in } (t \in \mathbb{R}) \implies t \underline{x} \in V$

Potem: V je vektorski prostor, če velja

1) $+$ je asoc. $(x+y)+z = x+(y+z)$

2) $+$ je komutat.

3) v V obstaja nenotranji el. za $+$: ničelni vektor

4) Produkt vektorja s skalarjem je asoc. v skalarnem faktorju:

$s(t \underline{x}) = (st) \underline{x} = s \underline{x} + t \underline{x}$

5) Produkt vektorjev s skalarjem je distributivna v obeh faktorjih:

$t(\underline{x} + \underline{y}) = t \underline{x} + t \underline{y}$

$(s+t) \underline{x} = s \underline{x} + t \underline{x}$

6) $1 \cdot \underline{x} = \underline{x}$

Izrek: Množica usmerjenih daljic na ravnini je vektorski prostor.

Izrek: V vsakem vektorskem prostoru obstaja k danemu vektorju nasprotni vektor.

DEF: Naj bo: $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \dots, \underline{a}_n$ - vektorji

$t_1, t_2, \dots, t_n$ - realna {tevila

Potem zapis: $t_1 \underline{a}_1 + t_2 \underline{a}_2 + \dots + t_n \underline{a}_n$

imenujem linearna kombinacija vektorjev $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \dots, \underline{a}_n$

$t_1, t_2, \dots, t_n$ - koeficienti linearne kombinacije

Izrek: Naj bo: V - vektorski prostor

Množica vektorjev $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \dots, \underline{a}_n$ je ogrodje

vektorskega prostora V , če se da vsak vektor zapisati, kot linearna kombinacija vektorjev $\underline{a}_1,$

$\underline{a}_2, \dots, \underline{a}_n$

poljubna 2 vektorja na ravnini sta ogrodje, če le nimata enake smeri

DEF: množica vektorjev $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \dots, \underline{a}_n$ je linearno odvisna, če se da vsaj eden od njih zapisati kot linearna kombinacija ostalih.

DEF: Vektorji $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \dots, \underline{a}_n$ so lin. neodvisni natanko takrat, kadar niso linearno odvisni.

Izrek: Vektorji $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \dots, \underline{a}_n$ so lin. neodvisni, če iz zapisa $t_1 \underline{a}_1 + t_2 \underline{a}_2 + \dots + t_n \underline{a}_n = \underline{0}$ sledi: $t_1 = t_2 = \dots = t_n = 0$

Lin. kombinacija vektorjev $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \dots, \underline{a}_n$ je trivialna, če je $0 \cdot \underline{a}_1 + 0 \cdot \underline{a}_2, \dots, 0 \cdot \underline{a}_n$

DEF: enačba premice $\underline{QT} = (1-t) \underline{r}_A + t \underline{r}_B \quad t \in \mathbb{R}$

SKALARNI PRODUKT

Lastnosti:

1) $\underline{a} \cdot \underline{b} = \underline{b} \cdot \underline{a}$

2) $\underline{a} \cdot (\underline{b} + \underline{c}) = \underline{a} \cdot \underline{b} + \underline{a} \cdot \underline{c}$

3) $(r \cdot \underline{a}) \cdot \underline{b} = r(\underline{a} \cdot \underline{b})$ HOMOGENOST $r \in \mathbb{R}$

4) $\underline{a} \cdot \underline{a} (\geq) 0$ POZITIVNA DEFINITNOST

5) $\underline{a} \cdot \underline{a} = 0 \iff \underline{a} = \underline{0}$

$|\underline{a}| = \text{koren iz } \underline{a} \cdot \underline{a} = \text{koren iz } a_1^2 + a_2^2$

DEF: $*$: $V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ V - vektorski prostor

$\underline{a}$ je pravokotno na $\underline{b} \iff \underline{a} \cdot \underline{b} = 0$

baza v P_2 - vekt. prostor dim 2

$\underline{e}$ - enotski vektor $\iff |\underline{e}| = 1$ koren iz $\underline{e} \cdot \underline{e} = 1$

ortogonalna baza - med seboj pravokotni vektorji

normirana baza - so enotski vektorji

ortonormirana - otogonalna in normirana baza

$\underline{a} \cdot \underline{b} = \underline{b} \cdot \underline{a} = |\underline{a}| |\underline{b}| \cos \angle(\underline{a}, \underline{b})$

Izrek: $\underline{AB} = \underline{X_A - X_B}$

$|\underline{AB}| = |\underline{X_A - X_B}|$