



Seminarska naloga

## KOORDINATNI SISTEMI

Ljubljana, januar 2010

# KAZALO

KOORDINATNI SISTEMI.....	1
<b>KAZALO.....</b>	<b>2</b>
<b>UVOD.....</b>	<b>2</b>
<b>NASPLOŠNO O KOORDINATNI SISTEMIH.....</b>	<b>3</b>
<b>KARTEZIČNI KOORDINATNI SISTEM.....</b>	<b>3</b>
ZGODOVINA.....	4
<b>POLARNI KOORDINATNI SISTEM.....</b>	<b>4</b>
<b>CILINDRIČNI KOORDINATNI SISTEM.....</b>	<b>5</b>
<b>SFERNI KOORDINATNI SISTEM.....</b>	<b>5</b>
<b>GEOGRAFSKI KOORDINATNI SISTEM.....</b>	<b>7</b>
<b>GAUSS – KRUGERJEV KOORDINATNI SISTEM.....</b>	<b>8</b>
<b>WGS - 84.....</b>	<b>8</b>
<b>KRIMSKI KOORDINATNI SISTEM.....</b>	<b>9</b>
<b>ETRS 89/TM.....</b>	<b>9</b>
<b>POROČILO O DELU.....</b>	<b>10</b>

## UVOD

Koordinatni sistem je matematično orodje, ki omogoča, da točke in druge geometrijske objekte zapišemo s števili (koordinatami).

Poznamo več vrst koordinatnih sistemov:

- ❖ Kartezični ali pravokotni koordinatni sistem
- ❖ Polarni koordinatni sistem
- ❖ Cilindrični koordinatni sistem
- ❖ Sferni koordinatni sistem
- ❖ Geografski koordinatni sistem
- ❖ Nebesni koordinatni sistem
- ❖ Inercialni opazovalni sistem

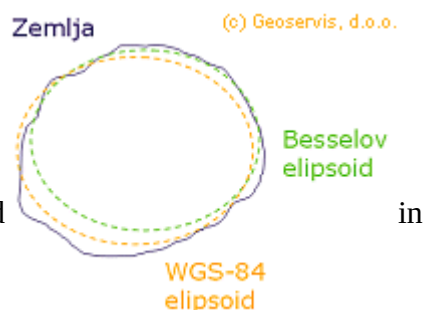
## NASPLOŠNO O KOORDINATNI SISTEMIH

Če govorimo o položaju, moramo seveda za to imeti neko osnovo. Kaj namreč pomenijo številke  $46^{\circ} 12' 33.5''$  E ali  $460512.8$  m? Položaj izražamo s koordinatami, vrednosti pa predstavljajo odklik od koordinatnih osi. Da lahko izrazimo položaj, mora biti najprej jasno definiran koordinatni sistem!

Sistem GPS - vsi sateliti, nadzorni centri in vsi GPS sprejemniki primarno delujejo v WGS-84 koordinatnem sistemu. To je globalni koordinatni sistem z izhodiščem v težišču Zemlje in se vrti skupaj z njo. Položaj točke v tem sistemu je določen s kartezičnimi koordinatami (X, Y, Z) ali z geografskimi koordinatami ( $\phi$ ,  $\lambda$ , h; geografska širina, dolžina in elipsoidna višina). Višina v tem sistemu je določena kot pravokotna oddaljenost točke nad WGS-84 elipsoidom, ki aproksimira Zemljo kot telo.

Meritve Zemlje (za potrebe katastra, gradnje cest, kartografije, prostorskega planiranja...) pa so potekale že pred stoletji - ko o GPS-u še ni bilo ne duha ne sluha. Takrat je vsaka država postavila svoj koordinatni sistem, ki je predstavljal izhodišče za meritve. V Sloveniji je tako uzakonjen Gauss-Kruegerjev koordinatni sistem (njegovo uradno ime je D-48).

Koordinate neke točke so v tem sistemu lahko določene z ravninskimi koordinatami (Y, X, H) v metrih ali z geografsko širino in dolžino ( $\phi$ ,  $\lambda$ ) v stopinjah, minutah in sekundah. Slovenski koordinatni sistem je definiran z Besselovim elipsoidom, ki najbolje aproksimira Zemljo na področju Slovenije (WGS-84 je globalni elipsoid najboljše aproksimira celotno Zemljo). Elipsoid določata velikost velike polosi in sploščenost.



## KARTEZIČNI KOORDINATNI SISTEM

Karteznični koordinatni sistem je pravokotni koordinatni sistem, ki ga določata dve (v dvorazsežnem prostoru) ali tri (v trirazsežnem) med seboj pravokotni osi. Osi imenujemo abscisna os (ali os x), ordinatna os (ali os y) in aplikatna os (ali os z). Presečišče osi

koordinatnega sistema je točka, ki jo imenujemo koordinatno izhodišče. V matematiki velja dogovor, da je merska enota za obe (oziroma vse tri) osi ista, saj le v tem primeru veljajo nekatere matematične formule (npr. za kot med premicama ipd).

Glavni namen koordinatnega sistema je podajanje točk s števili - koordinatami. Lego točke v kartezičnem koordinatnem sistemu opišemo s pravokotnimi projekcijami točke na koordinatne osi:

- projekcija točke na os  $x$  določa absciso točke
- projekcija točke na os  $y$  določa ordinato točke
- projekcija točke na os  $z$  določa aplikato točke

Ravnina opremljena s kartezičnim koordinatnim sistemom se imenuje kartezična ravnina.

Kartezična ravnina je enakovredna kartezičnemu produktu  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  (pišemo tudi  $\mathbb{R}^2$ ), saj je vsaka točka ravnine enolično določena s parom realnih števil - koordinat.

Prostor opremljen s kartezičnim koordinatnim sistemom je enakovreden kartezičnemu

produktu  $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  (pišemo tudi  $\mathbb{R}^3$ ), saj je vsaka točka prostora enolično določena s trojico realnih števil - koordinat.

## ZGODOVINA

Kartezični koordinatni sistem nosi svoje ime po francoskem filozofu in matematiku Renéju Descartesu, ki je uporabljal latinski vzdevek *Cartesius*, *Kartezij*. Med drugim je poskušal združiti algebro z evklidsko geometrijo. Zamisel opisanega koordinatnega sistema je razvil v dveh razpravah, objavljenih leta 1637: *Razprava o metodi pravičnega vodenja razuma v iskanju resnice v naravoslovju* (francosko *Discours de la Methode pour bien conduire sa raison et chercher la verite dans les sciences*) ter *Geometrija* (*La géométrie*).

## POLARNI KOORDINATNI SISTEM

Polarni koordinatni sistem je ravninski koordinatni sistem, ki se ga uporablja v matematiki, fiziki, astronomiji in nekaterih drugih vedah. Uporabljamo ga kot alternativo kartezičnemu

koordinatnemu sistemu. Polarni koordinatni sistem je tudi osnova za dva koordinatna sistema v prostoru: cilindrični in sferni koordinatni sistem.

Točko v polarnem koordinatnem sistemu podamo z dvema številoma, ki ju imenujemo polarni koordinati:

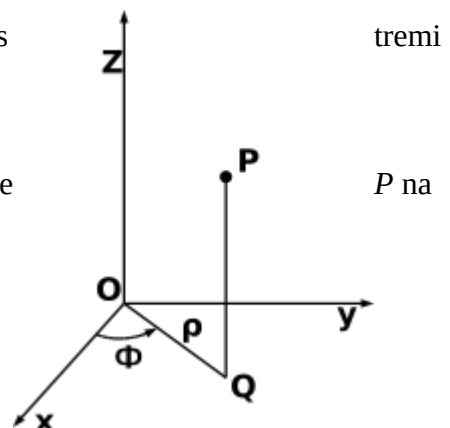
- prva koordinata točke je radij (točke oddaljenost od izhodišča) - po navadi ga označimo s črko  $r$ , včasih pa tudi z  $\rho$ . Radij je praviloma večji od 0, le v izhodišču je  $r = 0$ .
- druga koordinata točke je polarni kot - označimo ga s črko  $\varphi$  ali  $\theta$ . To je kot, ki ga določa točka glede na desni del vodoravne osi. Polarni kot je pozitiven, če ga merimo v matematično pozitivni smeri (v obratni smeri urinih kazalcev), in negativen, če ga merimo v matematično negativni smeri (v smeri urinih kazalcev). Polarni kot se po navadi podaja na intervalu  $[0^\circ, 360^\circ]$  ali pa na intervalu  $(-180^\circ, 180^\circ]$ . Pogosto se ga podaja tudi v radianih.

## CILINDRIČNI KOORDINATNI SISTEM

Cilindrični (tudi valjni, valjasti ali valjni) koordinatni sistem je prostorski koordinatni sistem, ki ga dobimo tako, da polarni koordinatni sistem v ravnini dopolnimo s tretjo koordinato - višino nad (pod) osnovno ravnino.

Točka  $P$  je v cilindričnem koordinatnem sistemu določena s števili - cilindričnimi koordinatami:

- $r$  in  $\varphi$  (alternativni oznaki:  $\rho$  in  $\theta$ ) sta polarni koordinati točke  $Q$ , ki je pravokotna projekcija točke izhodiščno vodoravno ravnino
- $z$  (ali tudi  $h$ ) je višina točke  $P$  nad (pod) izhodiščno vodoravno ravnino



## SFERNI KOORDINATNI SISTEM

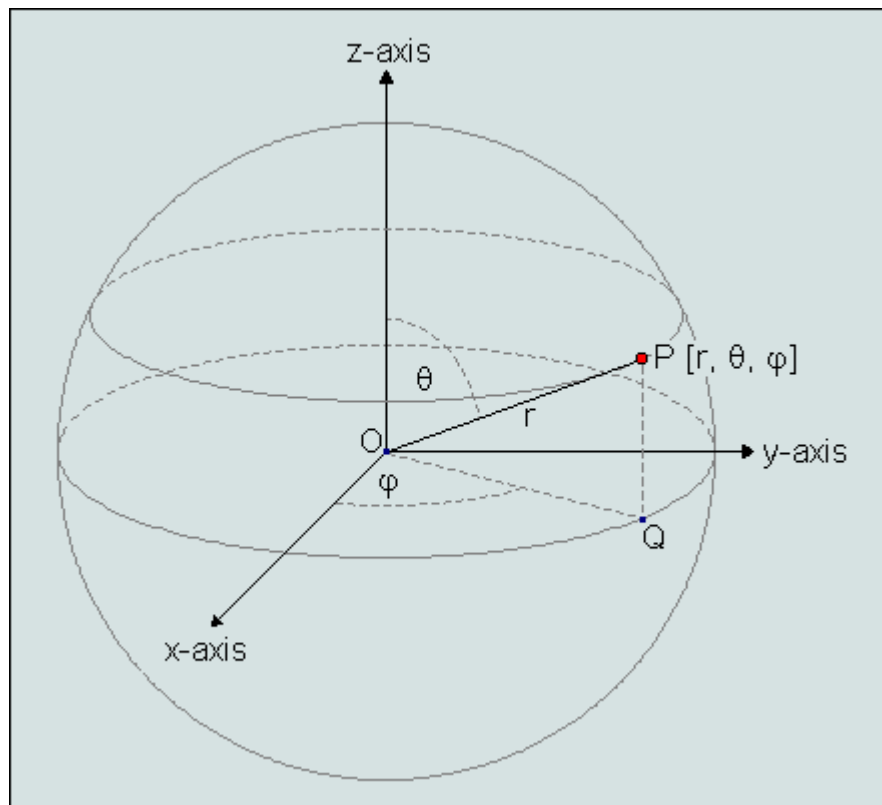
Sforni ali krogelni koordinatni sistem je krivočrtni sistem koordinat v trirazsežnem prostoru, s pomočjo katerega enolično določimo lego točk na krogli ali sferoidu. Za določanje lege točke v prostoru vedno potrebujemo tri koordinate.

V sfornem koordinatnem sistemu so za točko  $P$ , ki ima krajevni vektor  $\vec{r}$ , koordinate (glej sliko!):

- razdalja točke  $P$  od izhodišča (oznaka  $r$ ), tudi dolžina krajevnega vektorja  $\vec{r}$  točke  $P$ ,
- polarni kot (oznaka  $\theta$  ali  $\vartheta$ ) (zenitna razdalja ali kolatituda) je kot med pozitivno z-osjo in vektorjem  $\vec{r}$ ,
- azimutni kot (oznaka  $\varphi$  ali  $\phi$ ) je kot med x-osjo in smerjo projekcije vektorja  $\vec{r}$  na x-y ravnino.

Tako zapišemo koordinate točke  $P$  na naslednji način:  $(r, \theta, \varphi)$ . Kjer lahko

- krajevni vektor  $r$  zavzame poljubno veliko vrednost,
- polarni kot  $\theta$  zavzame vrednosti med  $0$  in  $\pi$  (med  $0^\circ$  in  $180^\circ$ ),
- azimut  $\varphi$  pa zavzame vrednosti med  $0$  in  $2\pi$  (med  $0^\circ$  in  $360^\circ$ ), merjeno v nasprotni smeri od gibanja urinega kazalca.



## GEOGRAFSKI KOORDINATNI SISTEM

Geografski koordinatni sistem je sferni koordinatni sistem, ki je poravnan z vrtilno osjo Zemlje. Določa dva kota, merjena od središča Zemlje, njegovega koordinatnega izhodišča. Prvi kot, imenovan zemljepisna širina (geografska širina), podaja kot med poljubno točko in ekvatorjem (ravnikom). Drugi kot, imenovan zemljepisna dolžina (geografska dolžina), pa podaja kot vzdolž ekvatorja od poljubne točke na Zemlji. V večjem delu sveta so za ničto zemljepisno dolžino sprejeli Greenwich v Angliji.

S pomočjo teh dveh kotov lahko določimo poljubno lego kraja na Zemlji. Baltimore v Marylandu, ZDA ima, na primer, zemljepisno širino 39,3 stopinj severno in zemljepisno dolžino 76,6 stopinj zahodno. Če potegnemo vektor iz središča Zemlje v točko 39,3 severno od ekvatorja in 76,6 stopinj zahodno od Greenwicha, bo potekal skozi Baltimore.

Ekvator je očitno pomemben del tega koordinatnega sistema in predstavlja ničto točko za širinski kot in polovično točko med tečajema (poloma). Ekvator je osnovna ravnina za geografski koordinatni sistem. Takšna osnovna ravnina je določena v vseh sfernih koordinatnih sistemih.

Črte s konstantno zemljepisno širino se imenujejo vzporedniki (paralele). Vzporedniki predstavljajo krožnice na Zemeljski površini. Edini vzporednik, ki je veliki krog (glavni krog) je ekvator (zemljepisna širina = 0 stopinj). Črte s konstantno zemljepisno dolžino se imenujejo poldnevnik (meridiani). Poldnevnik, ki poteka skozi Greenwich, je greenwiški poldnevnik (glavni, ničelni poldnevnik) (zemljepisna dolžina = 0 stopinj). Z razliko od vzporednikov so vsi poldnevnik veliki krogi in tudi niso vzporedni med seboj. Sekajo se v Severnem in Južnem tečaju.

Poleg zemljepisne širine in dolžine spada k geografskemu koordinatnemu sistemu tudi nadmorska višina, ki skupaj s predhodnima koordinatama enolično določa poljubno lego kraja. Nadmorska višina se običajno meri od morske gladine in ne od središča Zemlje.

## GAUSS – KRUGERJEV KOORDINATNI SISTEM

Gauss – Krugerjev koordinatni sistem je stari uradni državni koordinatni sistem v Sloveniji. Je transverzalni Mercatorjev koordinatni sistem položen preko Besselovega lokalnega elipsoida. Parametri so določeni tako, da se najbolje prilagajajo nekdanji Jugoslaviji. Uporabljen geodetski datum je D-48.

### Gauss-Krugerjeva projekcija

Osnovna zamisel Gauss-Krugerjeve projekcije je v tem, da se Zemljina površina prenaša na ravno ploskev karte z valjno projekcijo. Plašč valja se dotika Zemljinega elipsoida v izbranem poldnevniku, tako ostane merilo nespremenjeno. Deformacija dolžin, ki nastane v tej projekciji, narašča z oddaljenostjo od izbranega poldnevnikar, zato je smotrno projicirati samo ozek pas površja levo in desno od njega. Širina pasu, ki jo je še mogoče dovolj natančno preslikati, je 3 st. geografske dolžine. Vsa zemeljska obla (360 st.) je razdeljena na 120 poldnevniških con. Večina ozemlja Slovenije zajema cona z izhodiščnim poldnevnikom 15 st. vzhodno od greenwiškega začetnega poldnevnikar. Vsaka cona ima svojo vrstno številko; Slovenija je v peti coni. Cona je široka 3 st., kar pomeni, da je njena omejitev 1st.30min. zahodno in 1st.30min. vzhodno od izhodiščnega poldnevnikar.

Gauss-Krugerjeva projekcija spada v skupino projekcij, ki ohranjajo pravilne horizontalne kote; izpeljana je iz pravil, ki veljajo za Mercatorjevo projekcijo. Pri nas in večinoma tudi drugod se uporablja za izdelavo topografskih kart in načrtov. Koordinatni okvir strani in koordinatno mrežo oblikujejo poldnevnikar in vzporednikar. Položaj točke je določen s

$$\varphi \quad \lambda$$

koordinatama  $\varphi$  in  $\lambda$ .

## WGS - 84

Je referenčni elipsoid, določen leta 1984. Določen je tako, da se zemlji v celoti prilagaja, torej je vsota odklikov Zemljinega površja minimalna. Uporablja se ga za GPS satelitske navigacije. Je preprosta cilindrična projekcija.



## KRIMSKI KOORDINATNI SISTEM

Krim je še zdaj najpomembnejša trigonometrična točka v Sloveniji. Koordinatno izhodišče za deželo Kranjsko, Koroško ter Primorsko z Istro je bila trigonometrična točka 1. reda številka 172 KRIM. Merilo 1.2880 s svojim nenavadnim razmerjem izhaja iz seženjskega merskega sistema 8kvadratna milja je kvadrat s stranico 1 poštna milje).

## ETRS 89/TM

Je transversalni Mercatorjev koordinatni sistem položen preko elipsoida GRS 80, uporabljen pa je na ETRS 89 baziran geodetski datum SITRS 96. V Sloveniji velja za novi uradni koordinatni sistem.

Pri novem sistemu je spremenjena definicija elipsoida (t.j. matematična aproksimacija zemeljske površine na način, da se ta ploskev kar najboljše prilega površini, a še vedno ostane matematično enostavno določljiva), in sicer iz Besselovega v GRS 80. Do menjave je prišlo predvsem zato, ker stari sistem ni bil kompatibilen z GPS-ovim elipsoidom WGS84, pa tudi zato, ker je bila stara mreža zelo deformirana zaradi napak pri določanju temeljnih točk. To je pomenilo, da ni bila mogoča enostavna pretvorba iz GPS koordinat v našo državno koordinatno mrežo.

Za uporabnike to pomeni, da bodo koordinate, ki jih bo izpljunil GPS, brez preračunavanja uporabne tudi na naših bodočih kartah. Ker se večina evropskih držav ravno tako odloča za sisteme, ki temeljijo na ETRS 89, bo pretvorba koordinat tudi v drugih državah bistveno bolj enostavna. Koordinatna mreža se bo premaknila za cca. 400 m v eno in 100 m v drugo smer, tako da se bo ujemala z WGS 84 (GPS) koordinatnim sistemom.

## POROČILO O DELU

Projektno delo pri izdelavi geodetskih načrtov smo izdelovali s pomočjo računalnika in sicer v programu Office Word. Naša tema so bili koordinatni sistemi. Veliko sem si pomagal s svetovnim spletom in sicer predvsem z Wikipedio. Nekaj stvari pa sem našel tudi v učbeniku za geodezijo in fiziko.