NARAVNA ŠTEVILA

Naravna števila so poznali in jih preučevali že stari grški filozofi pred več kot dva tisoč leti. Ena od najstarejših delitev naravnih števil je delitev na **soda** in **liha** naravna števila.

Zapis:

- SODA števila so oblike { 2n ; n € N }
- LIHA števila so oblike { 2n + 1 ; n € N }

Soda in Liha števila imajo mnoge zanimive lastnosti.

- Vsota prvih zapovrstnih lihih števil je zmeraj kvadrat naravnega števila.

  Primer :
  $1 + 3 = 4 = 2^2$
  $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$
  $1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$

- Če okoli dveh kvadratnih števil, ki na diagonali sledita druga za drugim, narišemo kvadrat, ki zajema štiri števila, in seštejemo števila v njem, dobimo kvadratno število.

1	2	3	4	5	6
2	**4**	6	8	10	12
3	6	**9**	12	15	18
4	8	12	**16**	20	24

  Primer : glej zgornjo tabelo!
  $1 + 2 + 2 + 4 = 9 = 3^2$

- Vsota zapovrstnih prvih sodih števil je zmnožek dveh zapovrstnih naravnih števil, lahko pa ga predočimo s točkami k določajo pravokotnik. Temu zmnožku pravimo **pravokotno število**.

  Primer :
  $2 + 4 = 6 = 2 \times 3$
  $2 + 4 + 6 = 12 = 3 + 4$

- Vsoti vseh naravnih števil od 1 do n pravimo trikotna števila, ker je možno njihove prištevance predočiti s pikami, ki tvorijo enakostranični trikotnik.

  Primer :
  $1 + 2 = 3 = ½ \times 2 (2 + 1)$

- Če seštejemo kakšno trikotno in nadaljnje večje trikotno število, dobimo vedno kvadratno število.

- *Poznamo tudi **popolna števila**, to pa so števila ki so enaka vsoti svojih deliteljev.*

PRAŠTEVILA IN SESTAVLJENA ŠTEVILA

Pomembna je tudi razdelitev naravnih števil na ***praštevila** ali **primitivna števila*** in na ***sestavljena števila***.

Praštevila : so naravna števila, ki so deljiva samo z ena in samim seboj.

Sestavljena števila : so števila različna od ena in ne spadajo med praštevila.

Koliko sploh je praštevil?
Postopkov za ugotovitev je veliko, a so dolgotrajni, saj je praštevil neskončno mnogo.

- *Eratostenovo rešeto* : Vsakokrat prečrtamo večkratnike prvega števila v zaporedju, vsa prva števila v tako dobljenih zaporedjih pa dajo zaporedja praštevil.
- *Evklidova teorija* : pomnožimo vsa znana praštevila med seboj in temu zmnožku dodajmo ena.

Za sestavljena števila velja, da je mogoče vsako sestavljeno število podati kot zmnožek praštevil.

Matematiki še do zdaj niso ugotovili obrazca s katerim bi bilo mogoče določiti praštevila. To je tudi poskušal francoski matematik Fermat (1601 – 1665), vendar mu ni uspelo. Dokazal pa je trditev, da je vsako praštevilo, ki ga je mogoče zapisati kot 4n + 1 , enako vsoti dveh kvadratnih števil.

Primer :
Če je n = 1 ; $4 \times 1 + 1 = 5 = 1^2 + 2^2$
Če je n = 3 ; $4 \times 3 + 1 = 13 = 4 + 9 = 2^2 + 3^2$

Fermat je bil res velik matematik, saj se še zdaj matematiki ubadajo z *velikim Fermatovim problemom.* Povezan je s Pitagorovim izrekom, ki se glasi $x^2 + y^2 = z^2$. Ni težko najti celih ali naravnih števil, ki ustrezajo tej enačbi. Takim številom pravimo Pitagorove trojke. Najdemo jih po obrazcu, kjer je m > n ;

$X = m^2 – n^2$
Y = 2mn
$z = m^2 + n^2$

v tem primeru je $x^2 + y^2 = z^2$.

Veliki Fermatov problem pa se glasi, ali obstajajo tri cela števila x, y, z, različna od nič, da je vsota kubov dveh števil enaka kubu tretjega števila. Rešitev tega problema še ni znana.

Koliko je naravnih števil?

Naravnih števil je neskončno mnogo. To lahko že vidimo iz »nastanka« naravnih števil:

1
1 + 1 = 2
2 + 1 = 3
3 + 1 = 4
4 + 1 = 5
…………………

Vsako naravno število ima svojega naslednika in predhodnika:

predhodnik	Število	naslednik
x - 1	x	x + 1

Če vsa naravna števila uvrstimo pod en pojem, ki pove, da pripadajo eni celoti, govorimo o množici naravnih števil in jo po navadi zaznamujemo z N.

Množica je neskončna tedaj in samo tedaj, če jo je mogoče bijektivno preslikati na njen pravi del.

AKSIOMI

Aksiomi so podmene iz katerih izhajamo. To so očitne resnice, ki jih ne dokazujemo. Vsak sistem aksiomov mora ustrezati pogojema:

1. mora biti popoln
2. mora biti neprotisloven

Sistem je popoln, če je v njem vse potrebno za izoblikovanje teorije ali strukture, na katero se nanaša.
Da je sistem aksiomov neprotisloven, pomeni da z istimi aksiomi ni mogoče priti do sklepa, da kaj (ista stvar) je in ni, se pravi, da na podlagi istih aksiomov ne moremo priti do sklepa, da je kakšna trditev resnična in hkrati neresnična.

Peanovi aksiomi

1. ena je naravno število
2. Vsako naravno število n ima natančno enega naslednika n' (n' = n + 1)
3. ena ni naslednik nobenega števila
4. če je m' = n', potem je tudi m = n
5. vsaka množica, v kateri je ena in ki ima z vsakim številom n tudi n' (n' = n + 1), obsega vsa naravna števila.

Računske operacije z naravnimi števili

Poznamo:

- seštevanje
- odštevanje
- množenje
- deljenje

Množenje in seštevanje sta direktni operaciji, deljenje in odštevanje pa sta obratni ali inverzni operaciji. Če bodisi kateri naravni števili seštejemo ali pomnožimo, bo rezultat vedno naravno število. Zato tudi pravimo da so naravna števila zaprta za seštevanje in množenje, niso pa zaprta za odštevanje in deljenje, saj rezultat pri odštevanju in deljenju je lahko naravno število, ni pa nujno.

Za seštevanje in množenje veljajo naslednji zakoni:

- Zakon zamenjave ali komutativnosti -> rezultat ni odvisen od vrstnega reda faktorjev ali seštevancev.
- Zakon asociativnosti -> rezultat treh naravnih števil ni odvisen od načina združevanja seštevancev ali faktorjev.
- Naj sta a in b naravni števili, potem: $a + b = a$
- Če so a, b, c naravna števila velja, če je $a + c = b + c$, potem je $a = b$
- Za vsako naravno število velja $a \times 1 = a$
- Množenje naravnih števil je distributivno nasproti seštevanju naravnih števil: $a (b + c) = ab + ac$

Nič in naravna števila

- Nič dobimo, če seštejemo dve nasprotni si števili -> $a + (- a) = 0$
- Če prištejemo nič kateremukoli, se to število ne spremeni -> $a + 0 = a$
- Če katerokoli število pomnožimo z nič, dobimo nič -> $a \times 0 = 0$
- Deljenje z nič nima smisla!
- Če nič delimo s katerimkoli številom dobimo nič : $0 : a = 0$

Literatura:

1. Oh, ta matematika; Zlatko Šporer; Društvo matematikov, fizikov in astronomov, 1984 Ljubljana