

PITAGORA
IN
PITAGORO
V
IZREK

1. PITAGORA (572 - 495 pr. n. št.)

Pitagora s Samosa je danes med mladimi najbrž eden "popularnejših" starogrških matematikov, pa v resnici malo vemo tako o njegovem življenju kakor tudi o njegovem delu. Njegov neposredni predhodnik je bil Tales iz Mileta (624 - 548 pr.n.št.), prvi matematik v modernem smislu. Najbrž je bil Pitagora celo Talesov učenec, vendar zanesljivih podatkov o tem ni.

Za Pitagoro so bila njegova mladostna potovanja v Egipt, Mezopotamijo in morebiti celo v Indijo verjetno odločilna za filozofsko usmeritev. Po vrnitvi iz Egipta je kmalu emigriral v Krotono na jugu današnje Italije, kjer je bila dorska kolonija, in tam ustanovil šolo, akademijo. Na njej so poučevali filozofijo, matematiko in naravoslovne znanosti, organizirana pa je bila kot bolj ali manj skrivna sekta. Vendar je namesto o Pitagori bolje govoriti o Pitagorejcih, kajti pri prebiranju sicer redkih zapiskov o Pitagorovi šoli je treba imeti pred očmi tedanjo starogrško navado, da je vso slavo šole oz. društva praviloma pobral njen učitelj. Sicer pa prvi Pitagorejci svojega učenja niso zapisovali, delno najbrž zaradi težko dostopnega papirusa, delno pa zaradi težnje po ohranjanju skrivnostnosti društva.

Pitagorova šola je v Krotoni delovala le nekaj desetletij. Kasneje so jim meščani zgradbo akademije zaradi nerazumevanja nekaterih ekstremnih pitagorejskih političnih nazorov razrušili in Pitagora je na begu v bližnji Metapont umrl.

Zatem je njegova šola z učenci delovala še dobri dve stoletji in med najznamenitejše Pitagorejce štejejo: Hipasos iz Metaponta, Filolaj iz Krotone, Arhitas iz Tarenta, Nikomah iz Gerase,...

Pitagorejci so posvečali tolikšno pozornost matematiki predvsem zaradi njihovega filozofskega nazora. V najbolj skrčeni obliki ga lahko podamo z njihovim znamenitim vodilo: *Vse je število*. In pri tem so razumeli število kot materijo in ne le kot zgolj abstraktni pojem. Po Filolaju imajo vse stvari, kar jih poznamo, svoje število, in je torej nemogoče, da bi brez števila sploh karkoli obstajalo. 1 je bilo po njihovem verovanju generator števil, njihov vzrok in vsa (preostala) števila so njegova posledica, saj so vsota enic. Števila so imela tudi svoje značilne lastnosti, kar daje pitagorejskemu številskemu nauku že precej mističen prizvok. 2 je bilo

prvo sodo število, prvo žensko število in hkrati tudi število upanja. 3 je prvo pravo liho število, torej prvo pravo moško število in hkrati število harmonije. 4 je bilo število pravičnosti. 5 je bilo število poroke – kot vsote prvega ženskega in prvega moškega števila. 6 je bilo število stvarstva. 8 je bilo število ljubezni – kot prvo žensko število potencirano s prvim moškim številom. 10 je bilo najsvetejše število, tetraktus in hkrati število univerzuma, saj je vsota vseh geometrijskih dimenzij: $10 = 1+2+3+4$. pri tem, po pitagorejski razlagi, 1 predstavlja točko, 2 premico, ki je določena z dvema točama, 3 ploskev, ki je določena s tremi točkami, 4 pa prostor.

Nasploh so Pitagorejci verjeli, da so cela števila vzrok različnosti ljudi, živali in stvari na zemlji. Študij matematike jim je zaradi tega predstavljal nekakšno religiozno in moralno osnovo življenja. Matematika ni ne prej in tudi ne nikdar kasneje več igrala tako pomembne vloge v nekem društvu kakor pri Pitagorejcih.

2. PITAGOREJSKO ODKRITJE IRACIONALNIH ŠTEVIL

Pojem iracionalnosti je bil starogrškim matematikom bolj domač v okviru geometrije kakor aritmetike. Izhaja pravzaprav iz pojma izmerljivosti dveh daljic. Pri tem pravimo, prilagojeno današnjemu jeziku matematike, da je daljica AB izmerljiva z daljico CD, če obstaja tak ulomek m/n ($m, n \in \mathbb{N}$), da velja $|AB| = m/n|CD|$. Vlogo in pomen izmerljivosti, še posebej lepo razberemo iz Evklidovih (365 – 300 pr.n.št.) Elementov, kjer je izmerljivosti daljic namenjeno precej pozornosti.

Kljub vsemu pa je do pojma neizmerljivosti (oz. iracionalnosti v današnjem jeziku) prišlo v okviru študija lastnosti števil. Njegovo odkritje pripisujemo šoli Pitagorejcev, v katerih nauku zavzema teorija števil seveda osrednje mesto. Znano je, da so že Pitagorejci prišli do spoznanja, da diagonala kvadrata ni izmerljiva z njegovo stranico. Natančnejši datum tega odkritja je težko določiti, zelo malo verjetno pa je tudi, da bi do njega prišel prav Pitagora.

Platon (427 – 347 pr.n.št.) poroča v svojem spisu *Teaitetos*, da je matematik Teodoros iz Kirene (470 – 399 pr.n.št.) prvi odkril iracionalnost števil, ki jih danes zapisujemo kot $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, ... $\sqrt{17}$. Z veliko verjetnostjo smemo domnevati, da je tudi do odkritja iracionalnosti števila $\sqrt{2}$ prišlo prav v Teodorosovem času. Teodoros je bil Platonov učitelj matematike, tako da se ne gre čuditi, kako da Platon v svoji razpravi *Država* že povsem suvereno govori o pojmu iracionalnosti števila.

O času odkritja pojma iracionalnosti števil smemo sklepati tudi na podlagi Demokritovega spisa *O iracionalnih daljicah in telesih*. Ta sicer ni več ohranjen, vendar je znano, da je zagotovo imel omenjen naslov.

Zanimiva je tudi legenda, ki pravi, da so Pitagorejci Hipasosa, ali pa koga drugega, ki je izdal ljudem iracionalnost števila $\sqrt{2}$, v besu vrgli v morje. Po neki drugi legendi pa so Pitagorejci Hipasosa zgolj izgnali iz svojega društva. Vendar so mu napravili grob in ga poslej imeli za mrtvega.

Dokaz o iracionalnosti števila $\sqrt{2}$ s pomočjo metode *reductio ad absurdum* je tudi širše znan, saj ga srečamo v večini srednješolskih učbenikov matematike. Zaradi tega ga na tem mestu ne bomo navajali. Omeniti pa velja, da gre v tem primeru pravzaprav za prirejeno verzijo Aristotelovega dokaza o neizmerljivosti diagonale kvadrata z njegovo stranico. Ta dokaz je uporabil tudi Evklid v svojih *Elementih*.

3. PITAGOROV IZREK PRED PITAGOROM

V matematiki so skoraj sočasna neodvisna odkritja dokaj redka, večkratna odkritja pa prave izjeme*. Znani matematik in poznavalec matematike starih civilizacij B.L. van der Waerden misli, da je taka izjema tudi odkritje Pitagorovega izreka. Z njim so računali v starih časih Babilonci, Indijci, Grki in Kitajci. Pri vseh štirih narodih srečamo tudi enak način računanja pitagorejskih trojic. Zato si je zanimivo ogledati, kako so se s pravokotnim trikotnikom ukvarjali matematiki davno umrlih kultur.

Ponovimo:

- Pravokotni trikotnik ima en pravi kot
- Pitagorov izrek poveže njegove stranice x , y , z takole: $x^2 + y^2 = z^2$
- Trojico naravnih števil, ki zadošča zvezi (1) imenujemo pitagorejsko trojico
- Pitagorejska trojica je primitivna, če števila x , y , z nimajo skupnega faktorja.
- V primitivni pitagorejski trojici (x, y, z) mora biti eno izmed števil x ali y liho in drugo sodo. Če sta obe števili sodi, trojica po definiciji ne more biti primitivna. Če sta obe števili lihi, je vsota njubih kvadratov $x^2 + y^2$ število oblike $4n + 2$, ki ne more biti kvadrat naravnega števila.

** V novejšem času je tak primer odkritje neevklidske geometrije, le-to je uspelo skoraj hkrati trem: Gaussu, Bolyaiu in Lobačevskemu.