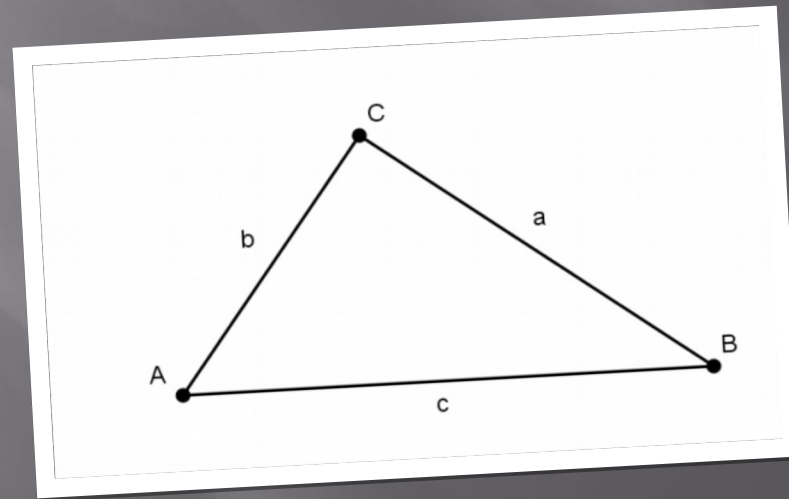
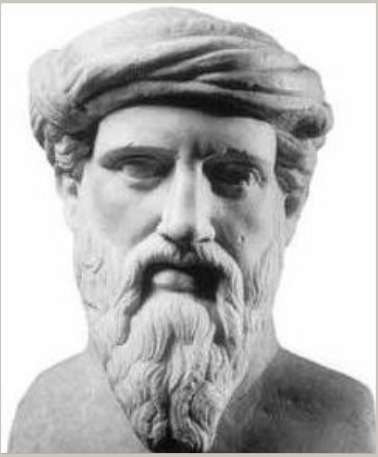


PITAGOROV IZREK

kvadrat hipotenuze je enak
vsoti kvadratov katet



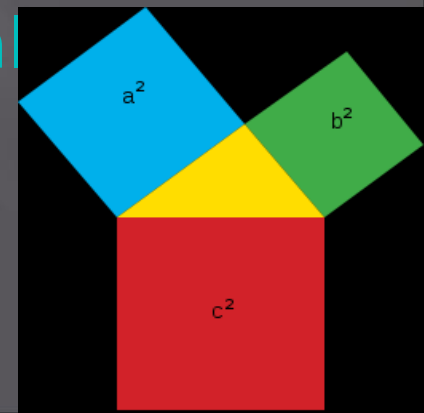
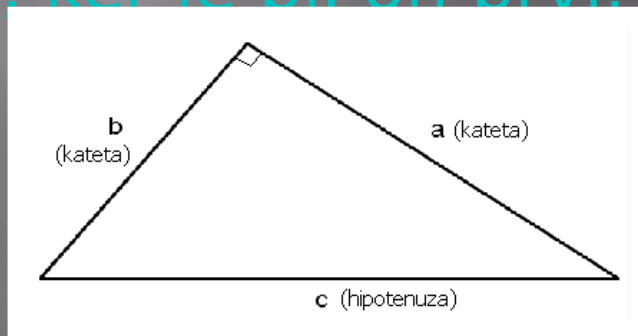


O Pitagori

Pitagora se je rodil na otoku Samosu leta 582 pr. n. št. Bil je matematik, filozof, astronom, glasbenik in mistik. V mladih letih je bil najverjetneje učenec Anaksimandra in Talesa. Zaradi tiranije vladarja Polikrata je odšel z otoka in se naselil v mestecu Kroton v južni Italiji. Tam je ustanovil filozofsko šolo, katere učenci so se imenovali Pitagorejci. Ti so počasi dobili močan politični vpliv, ki se je ohranil še skoraj 100 let po Pitagorovi smrti. Delovanje Pitagorove šole je bilo dolgo zakrito zaradi molčečnosti učencev. Ukvarjali so se z glasbo in števili, najbolj znan izdelek te šole pa je zagotovo Pitagorov izrek.

Kaj je Pitagorov izrek

- Pitagorov izrek je pravilo, ki ugotavlja odnose med dolžinami stranic v pravokotnem trikotniku. Glasi se:
- Ploščina kvadrata nad hipotenuzo je enaka vsoti ploščin kvadratov nad obema katetama. $c^2 = a^2 + b^2$
- Čeprav so Pitagorov izrek poznali že pred Pitagoro in so ga tudi uporabljali, ga niso znali zapisati. Izrek se po Pitagori imenuje zato, ker je bil on prvi, ki ga je zapisal.



Kaj je Pitagorov izrek

- Če v pravokotnem trikotniku poznamo dolžino dveh stranic, lahko z uporabo Pitagorovega izreka izračunamo dolžino tretje stranice.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

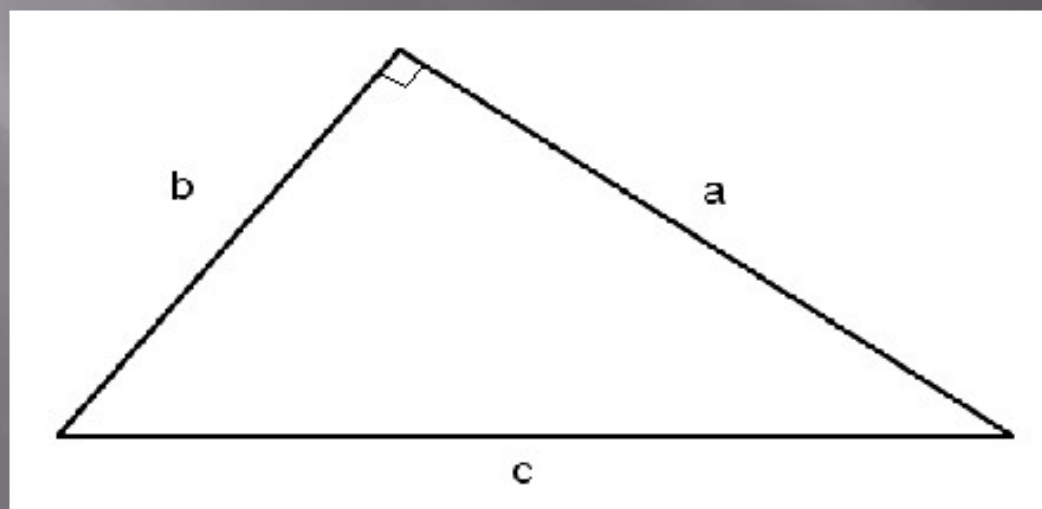
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



Pitagorejske trojice

Trojice naravnih števil (a , b , c), ki pomenijo dolžine stranic pravokotnega trikotnika, so pitagorejske trojice. Število pitagorejskih trojic je neskončno.

Pitagorejsko trojico lahko izračunamo:

$$\underline{a = 2mn} \quad \underline{b = m^2 - n^2} \quad \underline{c = m^2 + n^2},$$

pri čemer si števili m in n izberemo poljubno.

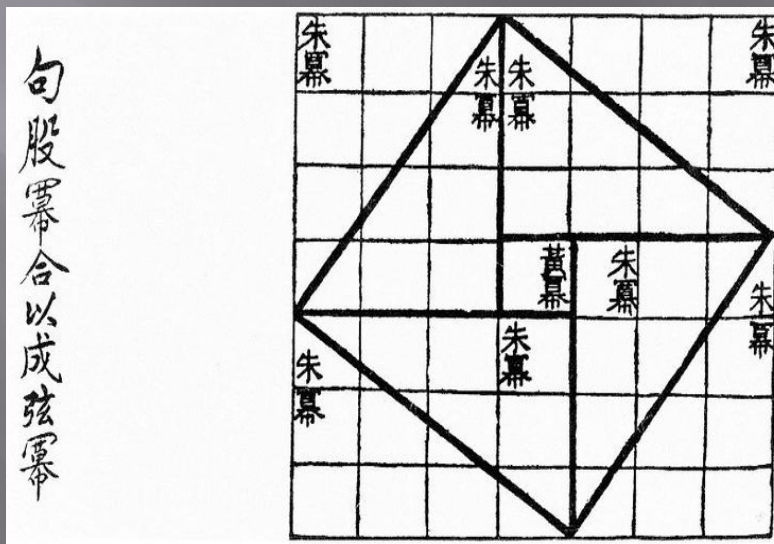
PITAGOREJSKE TROJICE

kateta 1	kateta 2	hipotenuza
3	4	5
5	12	13
7	24	25
8	15	17
9	40	41
11	60	61
12	35	37
13	84	85
16	63	65
20	21	29
33	56	65

Dokazi Pitagorovega izreka

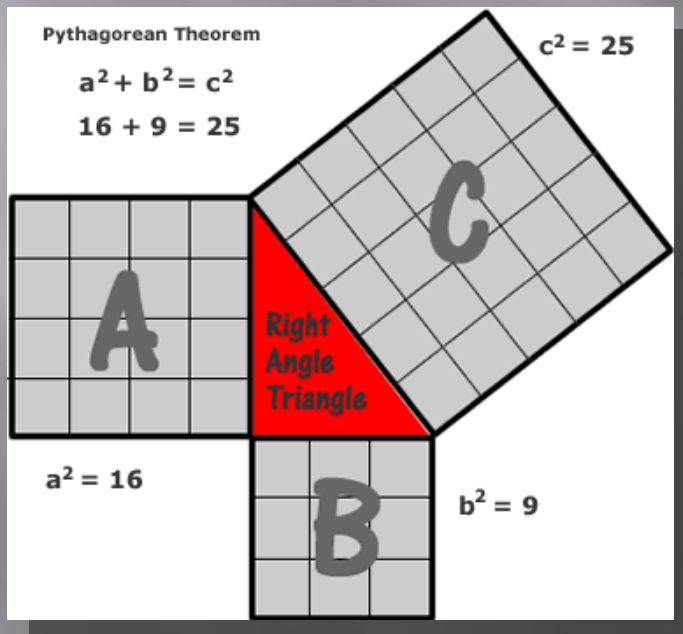
- O Pitagorovem izreku obstaja več kot sto dokazov. Domneva se, da je Pitagora zanj izvedel iz Kitajske.

geometrijska razlaga za pravokotni trikotnik iz kitajskega matematičnega dela *Čou Pei Suan Čing* (周髀算)



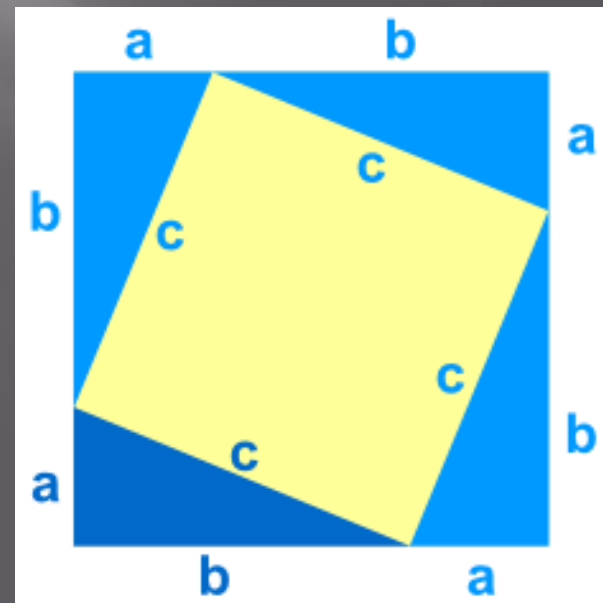
Dokazi Pitagorovega izreka

↗ ploščinski dokaz o Pitagorovem izreku



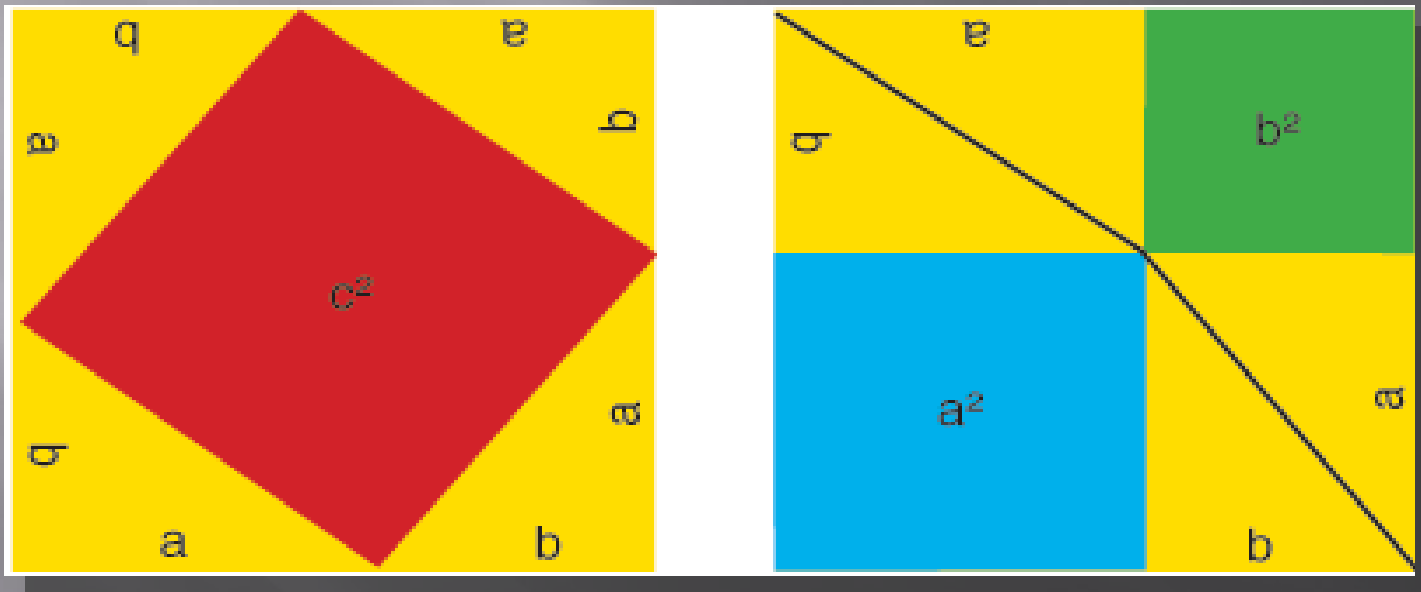
↗ kitajski dokaz Pitagorovega

- ✓ $p = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ✓ $c^2 + 4 \cdot \frac{ab}{2} = c^2 + 2ab$
- ✓ $a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$
- ✓ $a^2 + b^2 = c^2$



Dokazi Pitagorovega izreka

↪ geometrijska razlaga Pitagorovega izreka



Uporaba Pitagorovega izreka v geometrijskih likih

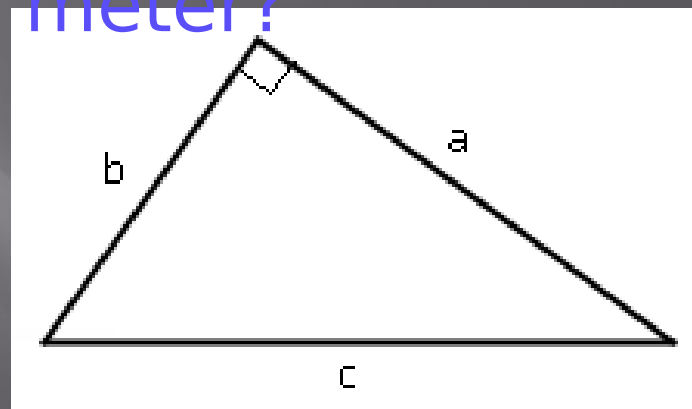
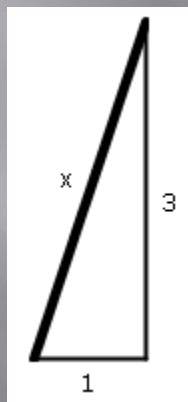
Pitagorov izrek lahko uporabljamo v različnih geometrijskih likih kot so:

- PRAVOKOTNI TRIKOTNIK
- PRAVOKOTNIK
- KVADRAT
- ENAKOKRAKI TRIKOTNIK
- ENAKOSTRANIČNI TRIKOTNIK

PRAVOKOTNI TRIKOTNIK

➤ Primer:

Kako visoko lestev potrebujemo, da jo na zid pristonimo na višini 3 metre, če je na tleh od zidu oddaljena 1 meter?



$$c^2 = a^2 + b^2 = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$$

$$c = \sqrt{10} = 3,2 \text{ m}$$

PRAVOKOTNIK

- diagonala razdeli pravokotnik na dva skladna pravokotna trikotnika
- v vsakem od njiju je diagonala hipotenuza, stranici a in b pa sta kateti
- Primer:

Nogometno igrišče je dolgo 100 metrov in široko 50 metrov. Dva nogometaša tečeta od enega kota igrišča v nasprotni kot. Eden teče po diagonali, drugi pa ob robu igrišča. Koliko metrov daljšo pot preteče igralec, ki teče ob robu igrišča?

$$d^2 = a^2 + b^2 = 100^2 + 50^2 = 10000 + 2500 = 12500$$

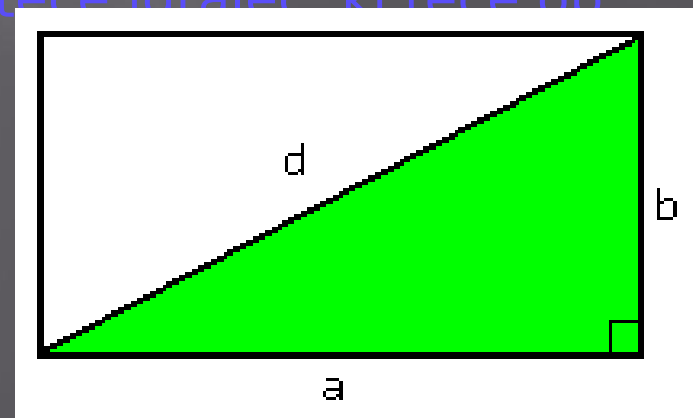
$$d = \sqrt{12500} = 111,8 \text{ m}$$

$$a + b = 150 \text{ m}$$

$$150 - 111,8 = 38,2 \text{ m}$$

$$d^2 = a^2 + b^2$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$



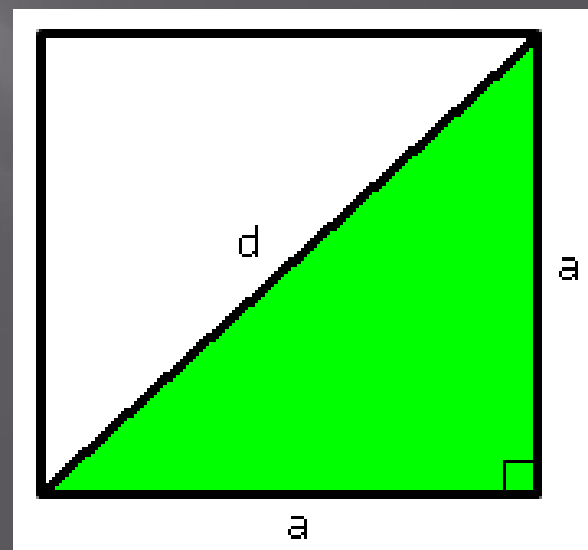
KVADRAT

- zanj velja enako kot pri pravokotniku, zato lahko izračunamo:

$$d^2 = a^2 + a^2 = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2 \cdot a^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2} = a \cdot \sqrt{2}$$

- ker je koren števila 2 neskončno decimalno število, vedno dobimo le

$$d = a \cdot \sqrt{2} = a \cdot 1,41$$



KVADRAT

Primer:

Kolikšen mora biti najmanjši premer kroga, da iz

kvadrat s stranico 5

$$d^2 = a^2 + a^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50$$

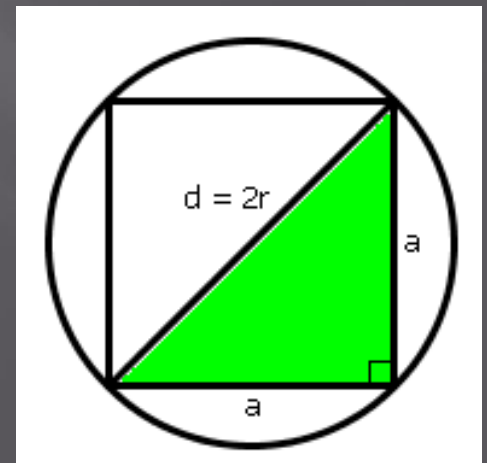
$$d = \sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2}$$

$$d = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

$d = a\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$ formulo, pa lahko to izračunamo na veliko krajši način:

$$d = a\sqrt{2}$$

Formula:



ENAKOKRAKI TRIKOTNIK

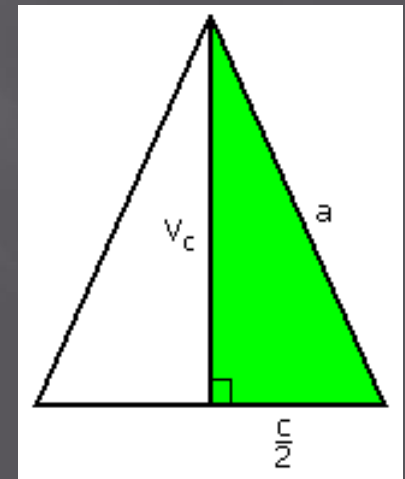
- višina ga razdeli na dva skladna pravokotna trikotnika, zato lahko z uporabo Pitagorovega izreka izračunamo:

$$a^2 = v_c^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

- od tod lahko izrazimo višino oz. stranico c –

$$v_c^2 = a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{c}{2}\right)^2 = a^2 - v_c^2$$



ENAKOKRAKI TRIKOTNIK

Primer:

Jadro jadrnice ima obliko enakokrakega trikotnika

s krakoma 7,5 m in višino 6 m. Kolikšna je

$$a^2 = c^2 - b^2 = 7,5^2 - 6^2 = 56,25 - 36 = 20,25$$

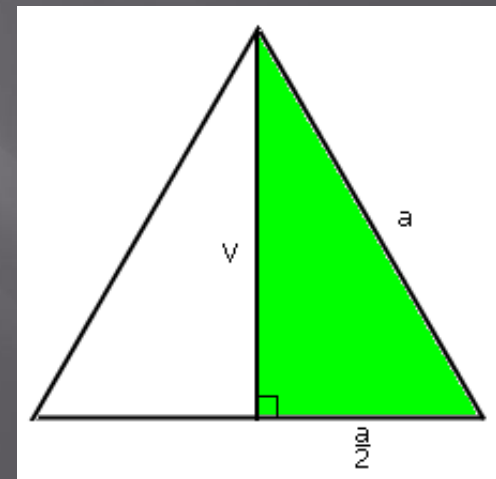
$$a = \sqrt{20,25} = 4,5 \text{ m}$$

$$2 \cdot 4,5 = 9 \text{ m}$$

ENAKOSTRANIČNI TRIKOTNIK

- je enakokrak trikotnik, pri katerem je osnovnica enaka kraku a
- z uporabo Pitagorovega izreka lahko izrazimo višino:

$$v^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{4a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = \frac{3^2}{4}$$



ENAKOSTRANIČNI TRIKOTNIK

Primer:

Koliko cm je visok prometni znak v obliki enakostraničnega trikotnika s stranico 60

$$v^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} = \frac{3 \cdot 60^2}{4}$$

$$v = \sqrt{\frac{3 \cdot 60^2}{4}} = \frac{60\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3} \approx 52 \text{ cm}$$