

Graf polinoma

Graf polinoma

- Poznati moramo naslednje podatke:
 - Začetna vrednost
 - Ničle
 - Vedenje v neskončnosti
 - Ekstremi (samo za gimnazijce)

Začetna vrednost

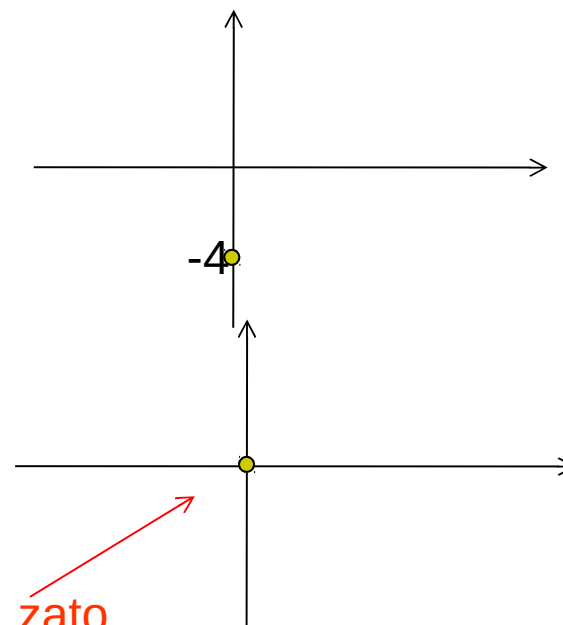
- Začetna vrednost je $p(0)$
 - v polinom $p(x)$ vstavimo $x = 0$ – točka na ordinatni osi
- **Začetna vrednost polinoma je enaka konstantnemu členu.**
- Primera:

$$p(x) = 3x^4 - 3x^3 + x - 4 \quad \text{ii}$$

$$p(x) = 3x^4 - 3x^3 = 5x \quad \text{ii}$$

konstantnega člena ni

, zato



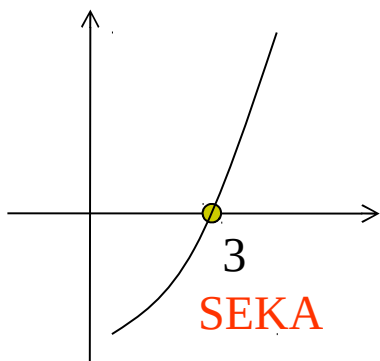
Niče polinoma

- Iskanje ničel:
 - Razstavimo polinom
 - Ugibamo ničle s Hornerjevim algoritmom
 - Uporabno samo za racionalne ničle
 - Računamo diskriminanto
 - Samo pri polinomih druge stopnje
 - **Na grafu upoštevamo samo realne ničle.**
 - Nerealnih ničel ni treba računati!!!

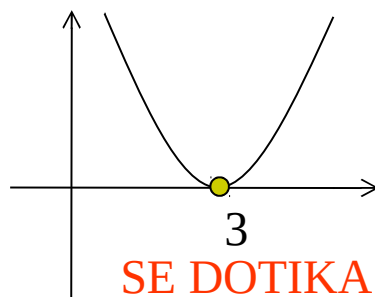
Niče polinoma

- Pri risanju grafa je pomembna **stopnja ničel**
 - Če je ničla **LIHE** stopnje, graf **SEKA** abscisno os.
 - Če je ničla **SODE** stopnje, **SE** graf **DOTAKNE** abscisne osi.

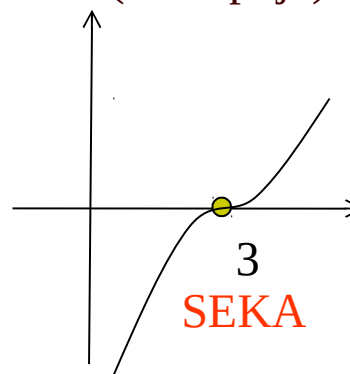
$x = 3$ (1. stopnje)



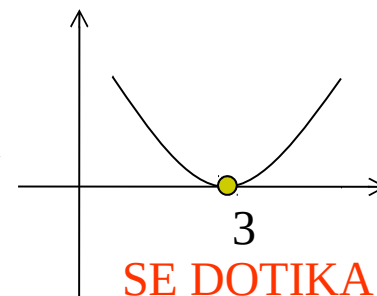
$x = 3$ (2. stopnje)



$x = 3$ (3. stopnje)



$x = 3$ (4. stopnje)



Vedenje v neskončnosti

- Ugotoviti moramo, kje se graf na levi začne in kje se na desni konča.
- Zanima nas **samo predznak**, ne točna vrednost.
- **O vedenju v neskončnosti odloča samo vodilni člen polinoma.**

Vedenje v neskončnosti

- Poglejmo na levem robu: x je zelo “veliko” negativno število (npr. -1000, -2549 ...).
- Ne bomo pisali konkretne vrednosti ampak

$$X \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} \infty$$

beremo: x gre proti minus neskončno

To pomeni, da je x “veliko” negativno število.

- Podobno na desni: $X \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \infty$... x je zelo veliko število

na levi

$$X \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} \infty$$

na desni $\rightarrow$

$$X \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \infty$$

Vedenje v neskončnosti

□ 1. primer: $p(x) = 2x^3 + 7x^2 - 3x - 4$ *!!* tile zapisi so malo poenostavljeni, niso strogo matematični

■ Gledamo samo vodilni člen: $p(x) = 2x^3 + \dots$ *!!*

■ na levi (namesto x pišemo **minus neskončno**):

$$x \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} \infty \Rightarrow p(x) \rightarrow \text{!}$$

dobili smo

, to pomeni, da je na levi graf **POD** osjo x

ZAČNEMO SPODAJ

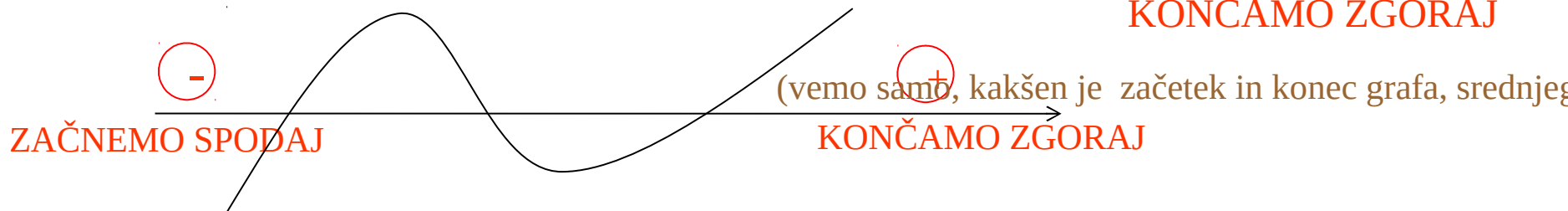
■ na desni:

$$x \rightarrow \infty \Rightarrow p(x) \rightarrow \text{!}$$

dobili smo

, to pomeni, da je na levi graf **NAD** osjo x

KONČAMO ZGORAJ

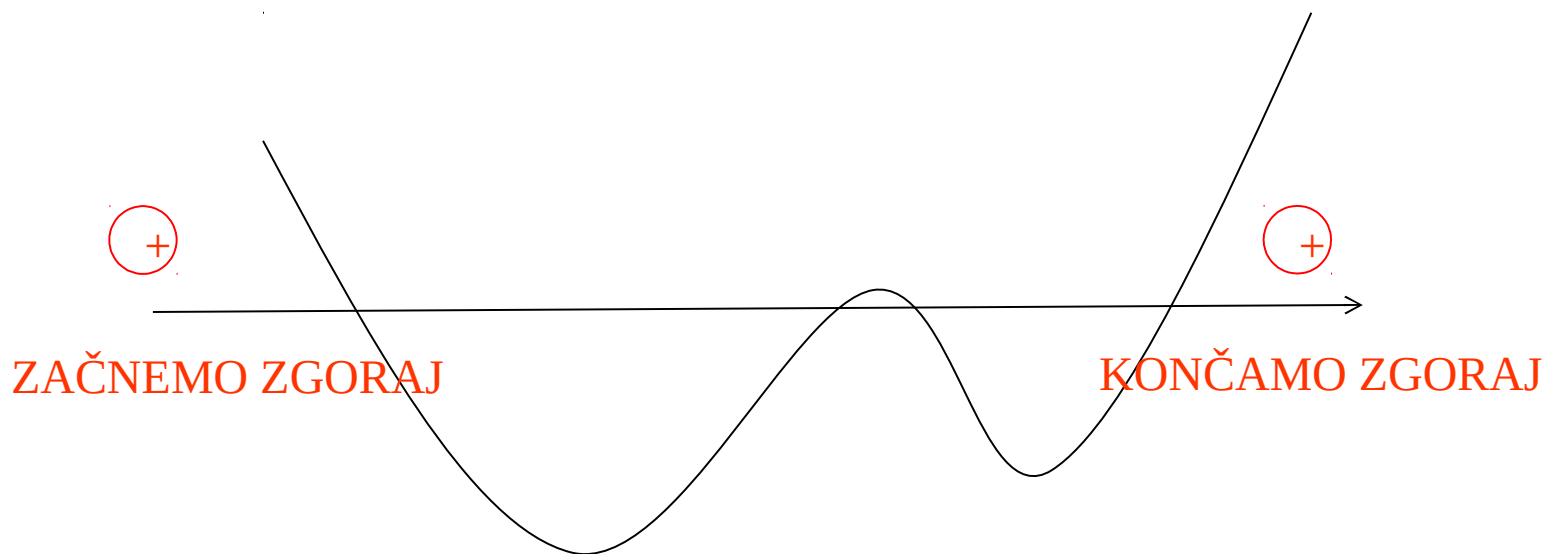


Vedenje v neskončnosti

□ 2. primer: $p(x) = 4x^4 + \dots$

■ na levi: $x \rightarrow -\infty \Rightarrow p(x) \rightarrow +\infty$ **ZAČNEMO ZGORAJ**

■ na desni: $x \rightarrow \infty \Rightarrow p(x) \rightarrow +\infty$ **KONČAMO ZGORAJ**

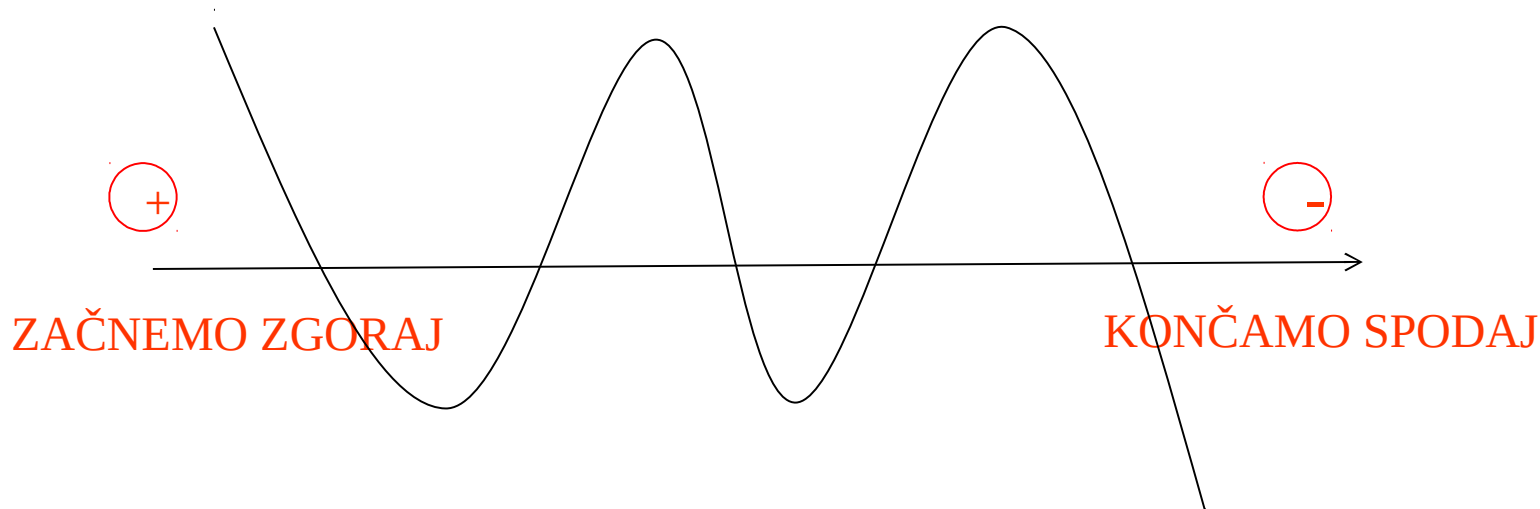


Vedenje v neskončnosti

□ 3. primer: $p(x) = -x^5 + \dots$

■ na levi: $x \rightarrow -\infty \Rightarrow p(x) = -\infty$ $\textcircled{+}$ ZAČNEMO ZGORAJ

■ na desni: $x \rightarrow \infty \Rightarrow p(x) = -\infty$ $\textcircled{-}$ KONČAMO SPODAJ

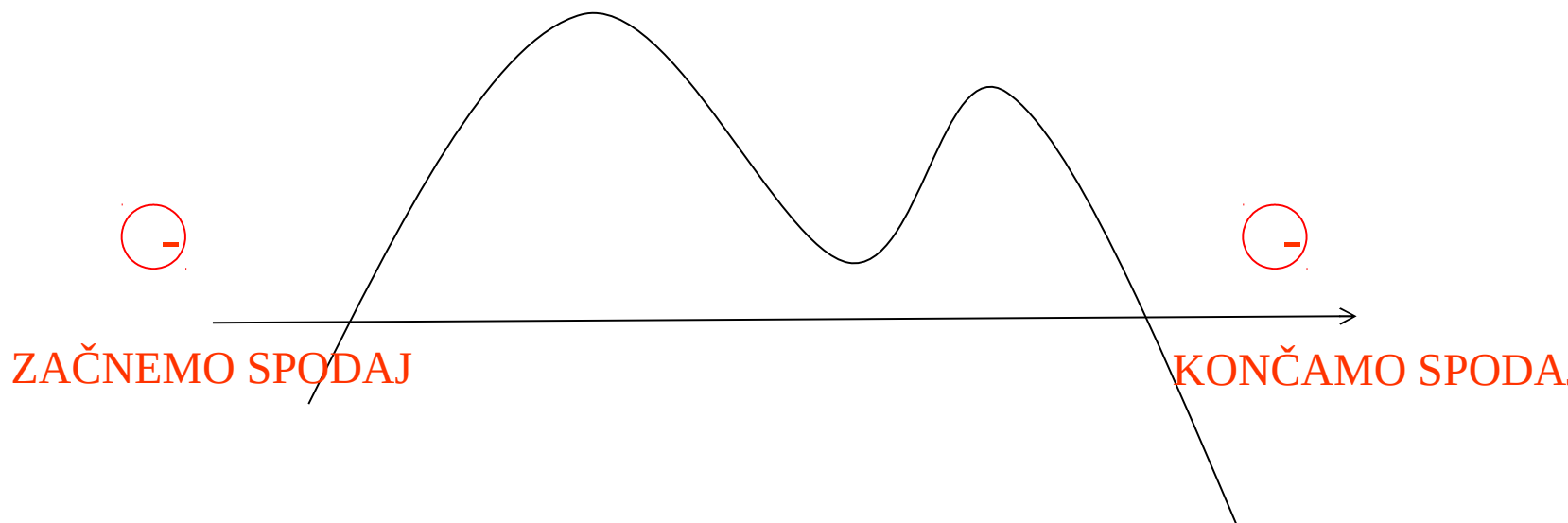


Vedenje v neskončnosti

□ 4. primer: $p(x) = -3x^4 + \dots$

■ na levi: $x \rightarrow -\infty \Rightarrow p(x) \rightarrow -\infty$ **ZAČNEMO SPODAJ**

■ na desni: $x \rightarrow \infty \Rightarrow p(x) \rightarrow -\infty$ **KONČAMO SPODAJ**



Graf polinoma

- Zdaj, ko znamo določiti
 - začetno vrednost
 - ničle in
 - vedenje v neskončnosti,
- lahko narišemo približen graf polinoma.
- Za natančnejšo sliko bi potrebovali še ekstreme.

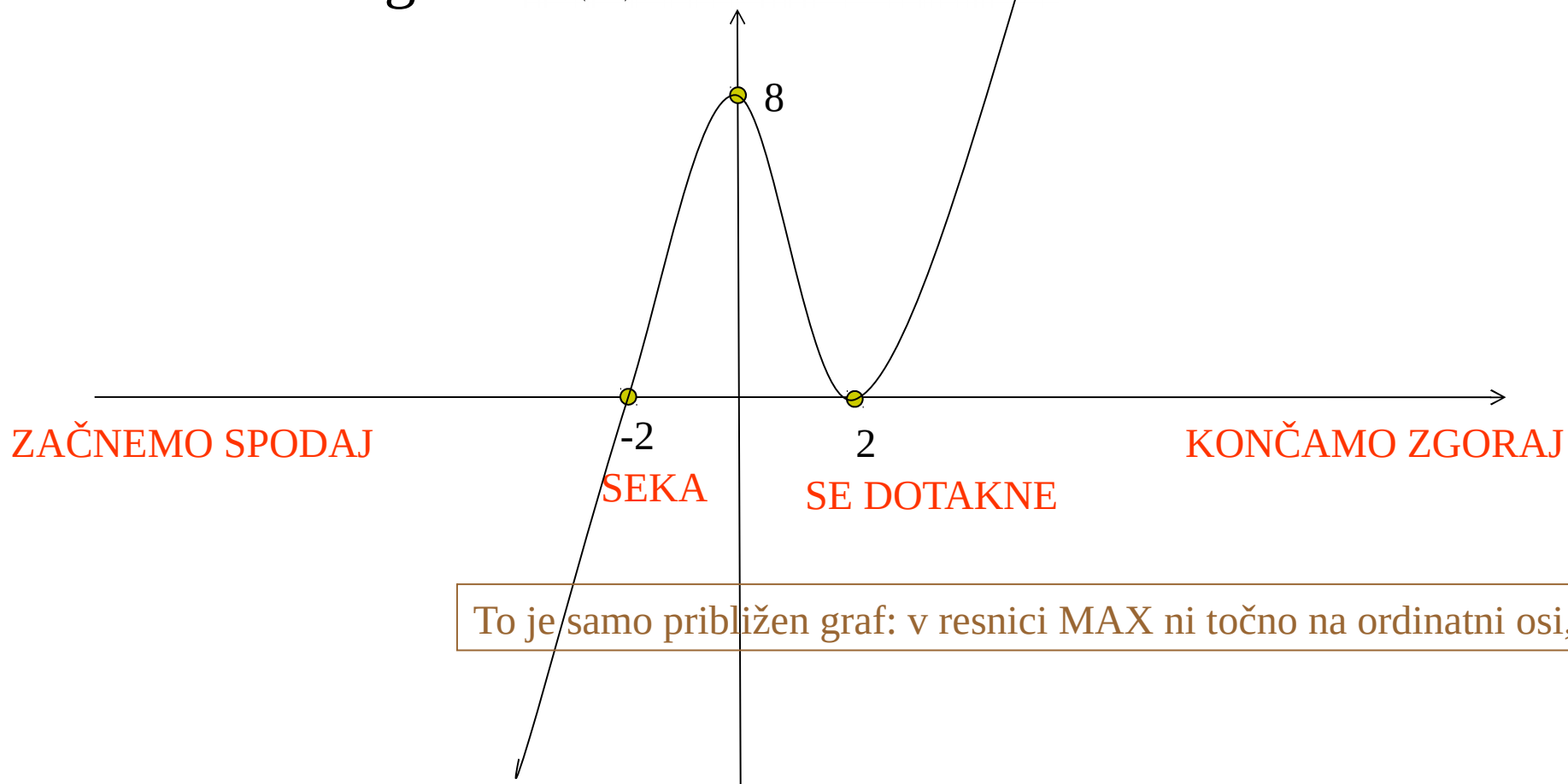
Graf polinoma - primer

- Narišimo graf polinoma $p(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$
- Začetna vrednost: $p(0) = 8$
- Ničle: $x_{1,2} = 2$ (2. stopnje) – se dotakne osi
 $x_3 = -2$ (1. stopnje) – seka os
 (uporabili smo npr. Hornerjev algoritem)

- Vedenje v neskončnosti:
 na levi: $x \rightarrow -\infty \Rightarrow p(x) \rightarrow -\infty$
 na desni: $x \rightarrow \infty \Rightarrow p(x) \rightarrow \infty$
 (začnemo levo **spodaj**, končamo desno **zgoraj**)

Graf polinoma - primer

- Narišimo graf $p(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$

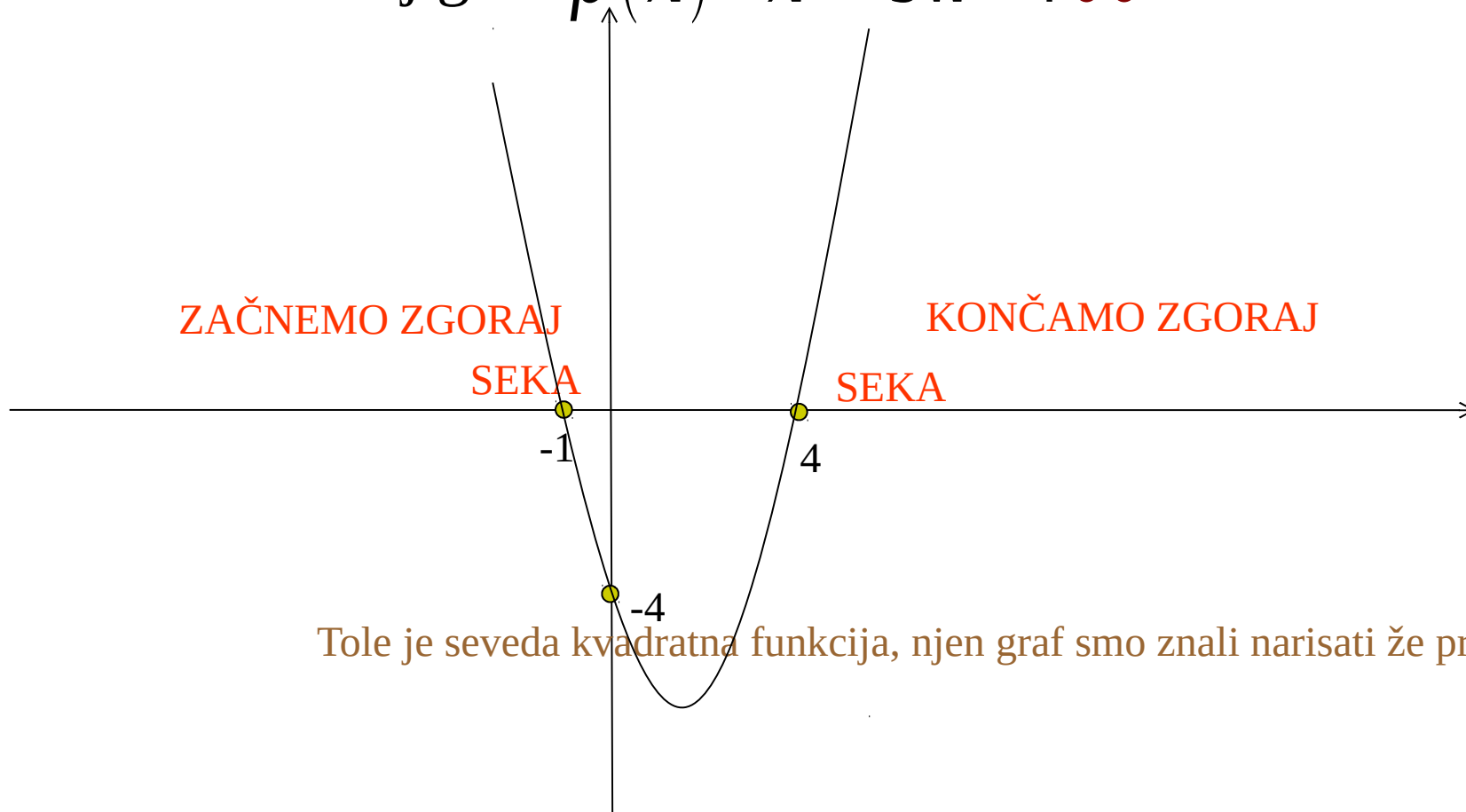


Graf polinoma – še en primer

- Narišimo še graf $p(x) = x^2 - 3x - 4$
 - Začetna vrednost: $p(0) = -4$
 - Ničli: $x_1 = -1$
 $x_2 = 4$
 - (obe ničli sta 1. stopnje) –
 - graf dvakrat seka os x
 - Vedenje v neskončnosti:
 - na levi: $x \rightarrow -\infty \Rightarrow p(x) \rightarrow +\infty$
 - na desni: $x \rightarrow \infty \Rightarrow p(x) \rightarrow +\infty$
- (začnemo levo **zgoraj**, končamo desno **zgoraj**)

Graf polinoma – 2. primer

- Narišimo zdaj graf $p(x) = x^2 - 3x - 4$!!



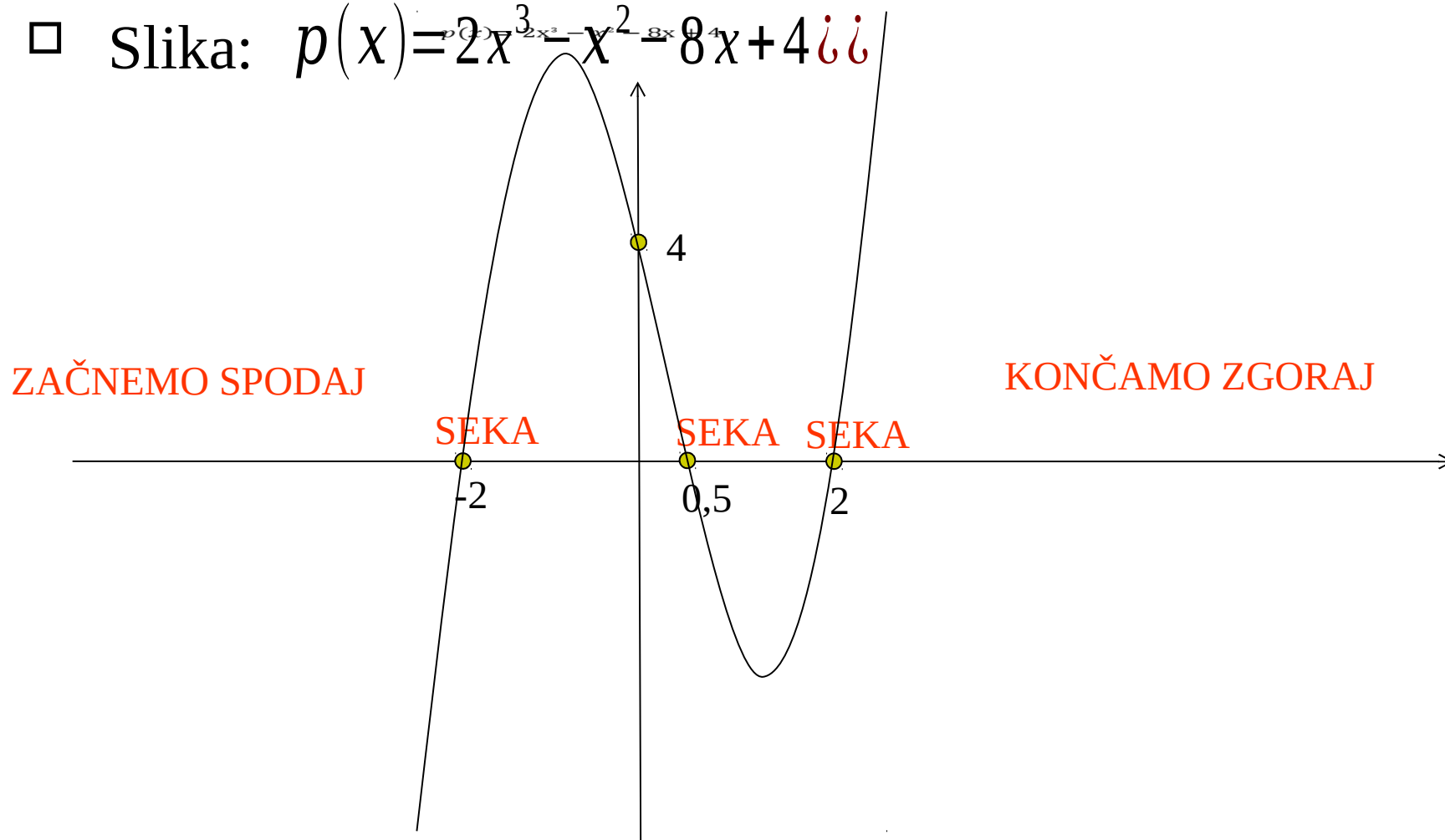
Tole je seveda kvadratna funkcija, njen graf smo znali narisati že preden

Graf polinoma – 3. primer

- Narišimo še graf $p(x) = 2x^3 - x^2 - 8x + 4$
- Začetna vrednost: $p(0) = 4$
- Ničle: $x_1 = 2$
 $x_2 = -2$
 $x_3 = 1/2$ (vse ničle so 1. stopnje) –
 – graf trikrat seka os x
- Vedenje v neskončnosti:
 na levi: $x \rightarrow -\infty \Rightarrow p(x) \rightarrow 2(-\infty)^3 = -\infty$
 na desni: $x \rightarrow \infty \Rightarrow p(x) \rightarrow 2(+\infty)^3 = +\infty$
 (začnemo levo **spodaj**, končamo desno **zgoraj**)

Graf polinoma – 3. primer

□ Slika: $p(x) = 2x^3 - x^2 - 8x + 4$



Graf polinoma – zadnji primer

- Narišimo graf $p(x) = x^4 = x^2 \cdot x^2$
- Začetna vrednost: $p(0) = 0$
- Ničle: $x_{1,2} = 0$ 2. stopnje – se dotika osi
 $x_3 = 1$ 1. stopnje – seka os
 $x_4 = -1$ 1. Stopnje – seka os
- Vedenje v neskončnosti:
na levi: $x \rightarrow -\infty \Rightarrow p(x) \rightarrow (+\infty)$
na desni: $x \rightarrow \infty \Rightarrow p(x) \rightarrow (+\infty)$
(začnemo levo **zgoraj**, končamo desno **zgoraj**)

Graf polinoma – zadnji primer

□ Slika: $p(x) = x^4 - x^2$

