DELAMO PO UČBENIKU: SPATIUM NOVUM

RACIONALNE FUNKCIJE

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

ŠTEVEC

IMENOVALEC

DEFINICIJSKO OBMOČJE

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{x; q(x) = 0\}$$

Definicijsko območje je množica realnih števil brez tistih x, za katere je q(x)=0.

BREZ NIČEL IMENOVALCA!

POLI

$$q(x) = 0$$

$$\downarrow$$

Poli racionalne funkcije so definirani v ničlah imenovalca.

NOTRANJE OPERACIJE V MNOŽICI RACIONALNIH ŠTEVIL

- **SEŠTEVANJE**
- **ODŠTEVANJE**
- **MNOŽENJE**
- **DELJENJE**

GRAF RACIONALNE FUNKCIJE

KAJ MORAMO POISKATI, DA LAHKO NARIŠEMO IN OPIŠEMO GRAF RACIONALNE FUNKCIJE?

1. Poiščemo ničle
2. Poiščemo pole
3. Poiščemo presečišče z ordinatno osjo
4. Proučimo obnašanje funkcije v okolici ničel in polov
5. Proučimo obnašanje funkcij v neskončnosti

NIČLE IN OBNAŠANJE GRAFA V OKOLICI NIČLE

- NIČLE: ničle polinoma v števcu

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

p(x)=0

1. Če je ničla polinoma *p* **LIHE STOPNJE**, graf v njej **SEKA** ABSCISNO OS, funkcija *f* pa v taki ničli **spremeni predznak**.
2. Če je ničla polinoma *p* **SODE STOPNJE**, se graf v njej **DOTAKNE** ABSCISNE OSI, funkcija *f* pa v taki ničli **NE spremeni predznaka**.

POLI IN OBNAŠANJE GRAFA V OKOLICI POLOV

- POLI: ničle polinoma v imenovalcu

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

q(x)=0

1. Če je pol **LIHE STOPNJE**, funkcija *f* pri prehodu čez taki pol **spremeni predznak**.
2. Če je pol **SODE STOPNJE**, funkcija *f* pri prehodu čez taki pol **NE spremeni predznaka**.

PRESEČIŠČE GRAFA RACIONALNE FUNKCIJE Z **ORDINATNO OSJO**

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

$$f(0) = \frac{p(0)}{q(0)} = \frac{a_0}{b_0}$$

$$\mathrm{T}\left(0, \frac{a_0}{b_0}\right)$$

OBNAŠANJE RACIONALNE FUNKCIJE DALEČ OD KOORDINATNEGA IZHODIŠČA

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

$$p(x) = a^n x^n + \cdots + a_0 \xrightarrow{\pm\infty} a^n x^n$$

$$q(x) = b^m x^m + \cdots + b_0 \xrightarrow{\pm\infty} b^m x^m$$

1. n<m
2. n=m
3. n>m

n<m

- Stopnja polinoma v števcu je manjša od stopnje polinoma v imenovalcu.
- Racionalna funkcija se daleč stran od izhodišča približuje vrednosti 0.
- Premica z enačbo: $y=0$ (abscisna os) je vodoravna asimptota grafa racionalne funkcije.

n=m

- Stopnji polinoma v števcu in imenovalcu sta med seboj enaki.
- Graf racionalne funkcije se daleč stran od izhodišča približuje vrednosti $\frac{a^n}{b^m}$.
- Premica z enačbo $y=\frac{a^n}{b^m}$ je vodoravna asimptota.

n>m

- Stopnja polinoma v števcu je večja od stopnje polinoma v imenovalcu.
- Če je stopnja polinoma v števcu za 1 večja od stopnje polinoma v imenovalcu, se daleč stran od izhodišča graf racionalne funkcije približuje premici z enačbo $y = kx+n$, ki je količnik pri deljenju polinoma p s polinomom q.
- Premica z enačbo $\mathbf{y=kx+n}$ je poševna asimptota.

KAKO PREVERIMO, ČE GRAF SEKA ASIMPTOTO?

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

1. p(x) delimo s q(x)
2. ostanek enačimo z 0, dobimo x

1. p(x) delimo s q(x)
2. q(x) pomnožimo z k(x)
3. enačimo p(x) z q(x)k(x), dobimo x

X □ vrednost, kjer seka funkcija f(x) asimptoto!

RACIONALNE ENAČNE IN NEENAČBE

1. Kadar iščemo tak x, pri katerem imata 2 racionalni funkciji enako vrednost (tam se njuna grafa sekata), moramo rešiti racionalno enačbo oblike:

$$\frac{p_1(x)}{q_1(x)} = \frac{p_2(x)}{q_2(x)}$$

RACIONALNE ENAČNE IN NEENAČBE

2. Kadar se sprašujemo, za katere x je vrednost ene racionalne funkcije večja ali enaka/manjša ali enaka vrednosti druge funkcije, moramo rešiti neenačbo:

$$\frac{p_1(x)}{q_1(x)} <, >, \leq, \geq \frac{p_2(x)}{q_2(x)}$$