**3.Cela števila**

V množici naravnih števil ne moremo definirati računske operacije odštevanje - rezultat ni vedno naravno število. Zato množici naravnih števil dodamo še negativna števila in število 0 in tako dobimo množico celih števil.  
Množico celih števil označimo: = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}  
  
Uporabljamo tudi oznaki:  
 + = = {1, 2, 3, 4, 5, 6, ... } (pozitivna cela števila)  
 - = { ..., -6, -5, -4, -3, -2, -1} (negativna cela števila)  
  
Torej velja: = - {0} +   
  
Za seštevanje in množenje celih števil veljajo naslednji zakoni oziroma aksiomi (za *a, b, c* ):



|  |  |
| --- | --- |
| *a* + *b* = *b* + *a* | komutativnostni zakon (za seštevanje) |
| *a* + (*b* + *c*) = (*a* + *b*) + *c* | asociativnostni zakon (za seštevanje) |
| *a* + 0 = *a* | zakon o nevtralnem elementu (za seštevanje) |
| *a* + (-*a*) = 0 | zakon o inverznem (nasprotnem) elementu (za seštevanje) |
|  |  |
| *a* *b* = *b* *a* | komutativnostni zakon (za množenje) |
| *a* (*b* *c*) = (*a* *b*) *c* | asociativnostni zakon (za množenje) |
| *a* 1 = *a* | zakon o nevtralnem elementu (za množenje) |
|  |  |
| *a* (*b* + *c*) = *a* *b* + *a* *c* | distributivnostni zakon (za seštevanje in množenje) |

Odštevanje v množici celih števil definiramo kot prištevanje nasprotne vrednosti, torej:  
 *a* - *b* = *a* + (-*b*)

**2.+3. Deljivost naravnih in celih števil**

Število *b* je **večkratnik** števila *a*, če ga lahko zapišemo kot *b* = *k a*, pri čemer je *k* poljubno naravno (oziroma celo) število.  
  
Primer: Število 7 ima večkratnike:  
- v množici : 7, 14, 21, 28, 35, 42, ...  
- v množici : ..., -21, -14, -7, 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, ...  
  
Če je število *b* večkratnik števila *a*, pravimo tudi, da je število *a* **delitelj** števila *b* (ali na kratko, da *a* **deli** *b*). To označimo:  
 *a* | *b* (beri: *a* deli *b*)



Primer: Število 4 ima delitelje:  
- v množici : 1, 2, 4  
- v množici : -4, -2, -1, 1, 2, 4



**Praštevila in sestavljena števila**

**Praštevilo** je naravno število, ki ima v množici točno dva delitelja.  
**Sestavljeno** naravno število je število, ki ima v množici več kot dva delitelja.  
  
V množici celih števil moramo upoštevati tudi negativne delitelje, zato je definicija praštevila in sestavljenega števila nekoliko drugačna:  
Nerazcepno celo število je število, ki ima v množici točno štiri delitelje. Pozitivno nerazcepno število imenujemo praštevilo.  
Sestavljeno (ali razcepno) celo število je število, ki ima v množici več kot štiri delitelje.  
  
Števila -1, 0 in 1 so glede na število deliteljev posebna - ne uvrščamo jih niti med razcepna niti med nerazcepna števila.  
  
Zgledi:  
Praštevila so npr.: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...  
Sestavljena števila so npr.: 4, 6, 8, 9, 10, (pa tudi: -4, -6, -8, -9, -10, ...)  
Števila -2, -3, -5, -7, ... so negativna nerazcepna števila.  
  
Praštevil je neskončno mnogo.  
Sestavljena števila imenujemo tudi razcepna zato, ker jih lahko razcepimo na produkt praštevil. Ta razcep imenujemo tudi **prafaktorizacija**. Razcep na prafaktorje je enoličen (spremenimo lahko le vrstni red faktorjev). Pri razcepu negativnega števila upoštevamo kot dodatni faktor še število -1.  
  
Zgledi:  
 6 = 2 ∙ 3  
 8 = 2 ∙ 2 ∙ 2 = 23  
 60 = 2 ∙ 2 ∙ 3 ∙ 5 = 22 ∙ 3 ∙ 5   
 -75 = -1 ∙ 3 ∙ 5 ∙ 5 = -1 ∙ 3 ∙ 52



**Skupni delitelji in večkratniki**

**Največji skupni delitelj** danih števil je največje naravno število, ki deli obe dani števili (oziroma vsa dana števila). Označimo ga *D*(*a*, *b*).

Primer: *D*(12, 20) = 4   
(Največji skupni delitelj števil 12 in 20 je 4. Poleg tega imata števili 12 in 20 še druge skupne delitelje: 2, 1, -1, -2, -4. Na splošno velja: vsi skupni delitelji so delitelji največjega skupnega delitelja.)  
  
**Najmanjši skupni večkratnik** danih števil je najmanjše naravno število, ki je večkratnik obeh (oziroma vseh) danih števil. Označimo ga *v*(*a*, *b*).

Primer: *v*(12, 20) = 60   
(Najmanjši skupni večkratnik števil 12 in 20 je 60. Poleg tega imata števili 12 in 20 še druge skupne večkratnike: 120, 180, 0, -60, -120, .... Na splošno velja: vsi skupni večkratniki so večkratniki najmanjšega skupnega večkratnika.)  
  
Če je največji skupni delitelj dveh danih števil enak 1, pravimo, da sta števili **tuji**. V tem primeru nimata nobenega skupnega prafaktorja.  
Zgled: Števili 24 in 35 sta tuji.  
  
Za največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik dveh števil velja zveza:  
 *D*(*a*, *b*) *v*(*a*, *b*) = *a b*   
  
Pri iskanju največjega skupnega delitelja in najmanjšega skupnega večkratnika si lahko pomagamo z razcepom danih števil na prafaktorje.

Največji skupni delitelj dobimo tako, da pri vsakem prafaktorju upoštevamo najmanjšo potenco, ki nastopa v razcepu danih števil (upoštevamo tudi možnost, da je najmanjša potenca enaka 0).

Najmanjši skupni večkratnik dobimo tako, da pri vsakem prafaktorju upoštevamo največjo potenco, ki nastopa v razcepu danih števil.

Zgled:  
 40 = 23 ∙ 5 = 23 ∙ 30 ∙ 51  
 36 = 22 ∙ 32 = 22 ∙ 32 ∙ 50  
 60 = 22 ∙ 3 ∙ 5 = 22 ∙ 31 ∙ 51  
 *D*(36, 40, 60) = 22 ∙ 30 ∙ 50 = 4  
 *v*(36, 40, 60)= 23 ∙ 32 ∙ 51 = 360  
  
Pri iskanju največjega skupnega delitelja dveh števil si lahko pomagamo tudi z **Evklidovim algoritmom**. Pri tem upoštevamo zvezo:  
 *D*(*a*, *b*) = *D*(*b*, *r*) (*r* = ostanek pri deljenju števila *a* z *b*)

Zgled: Izračunajmo *D*(348, 276). Pri deljenju z ostankom ponavadi uporabimo zapis v obliki preizkusa:  
 348 = 1 ∙ 276 + 72   
 276 = 3 ∙ 72 + 60   
 72 = 1 ∙ 60 + 12   
 60 = 5 ∙ 12 + 0 (končamo, ko je ostanek 0)   
Torej velja: *D*(348, 276) = *D*(276, 72) = *D*(72, 60) = *D*(60, 12)  
Sklep: *D*(348, 276) = 12 (največji skupni delitelj je zadnji od 0 različni ostanek)  
  
S pomočjo zveze *D*(*a*, *b*) *v*(*a*, *b*) = *a b* lahko izračunamo tudi najmanjši skupni večkratnik: *v*(348, 276) = 8004