

EKSPONENTNA FUNKCIJA

(A) Definicija

Primer:

Ameba naredi pri razmnoževanju neobičajen matematičen trik. Ko zraste do določene velikosti, se edina celica, iz katere je zgrajena, razdeli na dve celici in nastaneta dve amebi. Po približno enem dnevu sta ti dve amebi dovolj veliki za nadaljnjo delitev.

Koliko ameb nastane iz ene amebe v tednu dni? Dopolni preglednico.

število dni	0	1	2	3	4	5	6	7
število ameb	1							

Izračunajte razliko in količnik dveh zaporednih števil ameb.
(št. ameb prepisite iz zgornje preglednice)

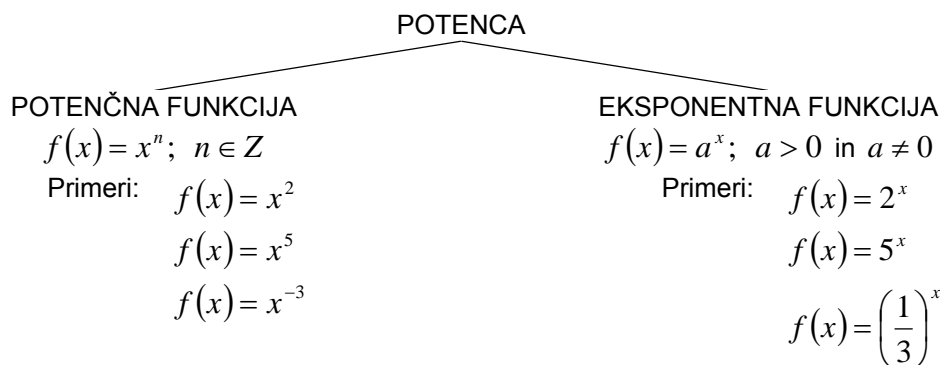
število ameb	1							
razlika	X							
količnik	X							

Poskušajte ugotoviti, kako se povečuje kolonija ameb.

Povečanje kolonije poskušajte opisati z enačbo:

Def.: Eksponentna funkcija je realna funkcija oblike $f(x) = a^x$; $a > 0$ in $a \neq 0$.

Pomni:

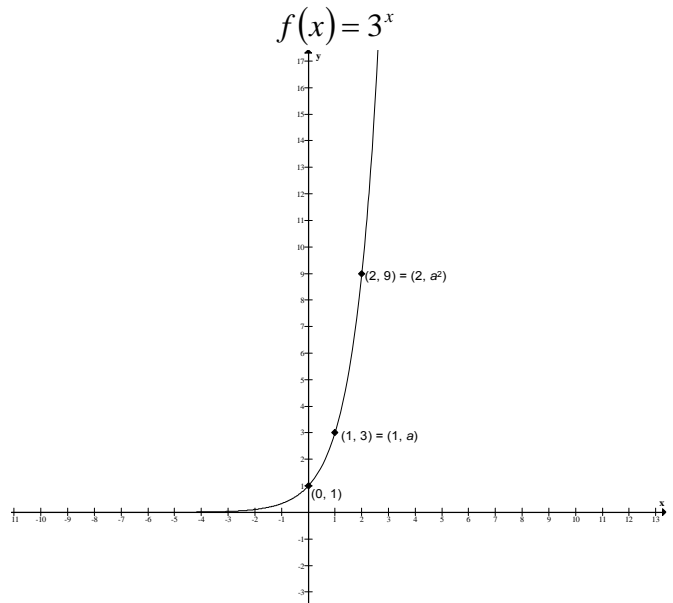
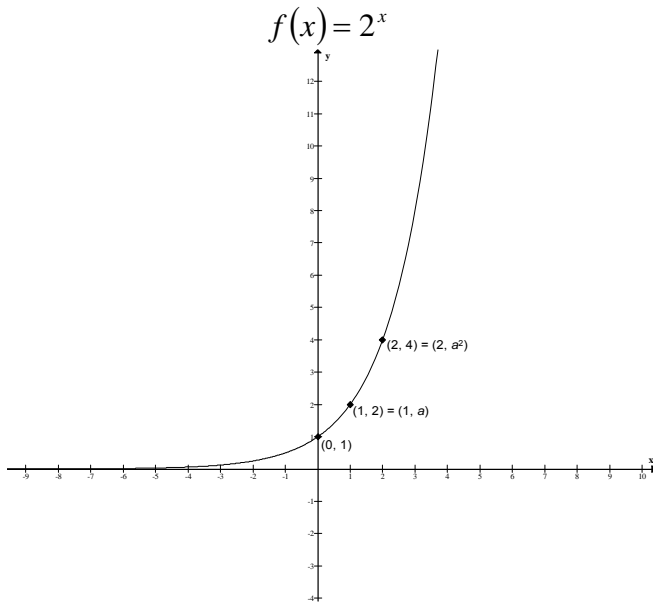


Množico eksponentnih funkcij razdelimo glede na velikost osnove a na dve družini:

- $0 < a < 1$
- $a > 1$

(B) Družina funkcij $f(x) = a^x$, $a > 1$

Grafa funkcij $f(x) = 2^x$ in $f(x) = 3^x$:



Lastnosti:

- $D_f = \mathbb{R}$
- $Z_f = \mathbb{R}^+$
- grafi sekajo ordinatno os v točki $N(0, 1)$
- so naraščajoče
- abscisna os je vodoravna asimptota
- so navzdol omejene z 0, navzgor neomejene

(C) Vaja

1. Določi eksponentno funkcijo, ki poteka skozi točko:
 - a. $(3, 8)$
 - b. $(4, 625)$
2. V isti koordinatni sistem nariši grafa funkcij ter določi definicijsko območje, zalogo vrednosti, presečišče z ordinatno in abscisno osjo (če obstaja):
 - a. $f(x) = 3^x$ in $g(x) = 3^x - 1$
 - b. $f(x) = 2^x$ in $g(x) = 2^{x-1}$
 - c. $f(x) = 4^x$ in $g(x) = \frac{1}{2} \cdot 4^x$
3. Nariši graf funkcije:
 - a. $f(x) = 2^{x+3} + 1$ ter zapiši enačbo vodoravne asimptote ter obravnavaj omejenost funkcije.
 - b. $f(x) = |3^x - 2|$ ter določi intervale naraščanja in padanja.

4. Izračunaj:

$$\left(3^{\frac{1}{\sqrt{6}}}\right)^{\sqrt{2}} \cdot 3^{\frac{6-\sqrt{3}}{3}} =$$

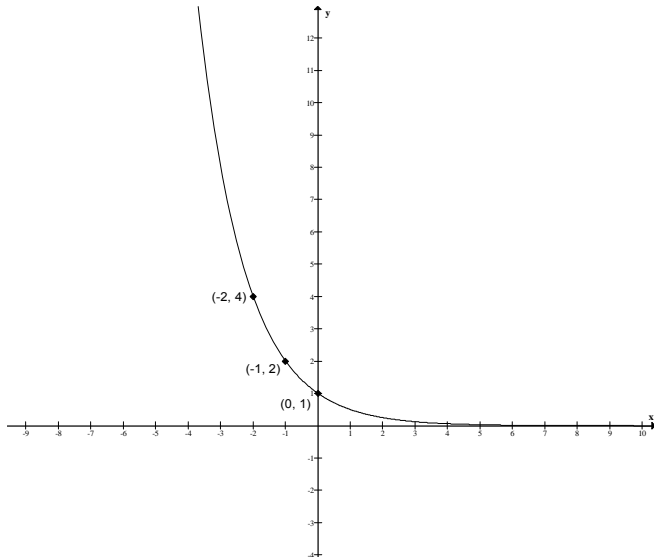
$$16^{\frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{5}-2}} : 64^{\frac{50+23\sqrt{5}}{\sqrt{45}}} =$$

$$100^{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \cdot 0,001^{\sqrt{3}-\sqrt{2}} : 100000^{\sqrt{2}} =$$

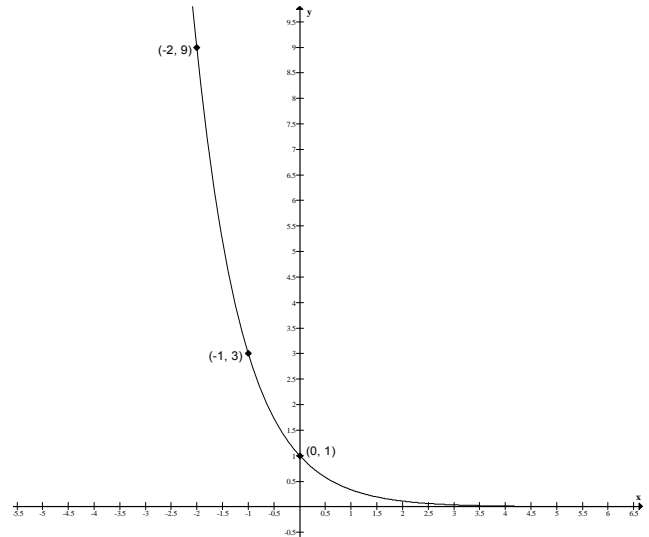
(C) Družina funkcij $f(x) = a^x$, $0 < a < 1$

Grafa funkcij $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ in $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$:

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



$$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$



Lastnosti:

- $D_f = \mathbb{R}$
- $Z_f = \mathbb{R}^+$
- grafi sekajo ordinatno os v točki $N(0, 1)$
- so padajoče
- abscisna os je vodoravna asimptota
- so navzdol omejene z 0, navzgor neomejene

(E) Vaja

1. V isti koordinatni sistem nariši grafe funkcij:

a. $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, $g(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ in $h(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x + 2$

b. $f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^x$ in $g(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} + 16$

2. Nariši graf funkcije $y = |-3^{-x} + 3|$ ter:

- a. določi ničlo in začetno točko
- b. definicijsko območje in zalogo vrednosti
- c. intervale naraščanja in padanja

EKSPONENTNA ENAČBA

Eksponentne enačbe razdelimo na tri skupine:

- a. $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ Iz injektivnosti eksponentne funkcije neposredno sledi, da $f(x) = g(x)$.
- b. $a^{f(x)} = b^{f(x)}$ Eksponentni funkciji z različnima osnovama se sekata na ordinatni osi, torej $f(x) = 0$.
- c. $a^{f(x)} = b$ Tako eksponentno enačbo rešujemo grafično ali z logaritmiranjem.

(A) $a^{f(x)} = a^{g(x)}$

$$3^x = 81$$

$$0,7^x = 1$$

$$6^x = \frac{1}{36}$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{125}{64}$$

$$10^{-x} = 0,01$$

$$12^x = -144$$

$$5^{2x+1} = 0,2$$

$$4^x = 8$$

$$3^{x^2-2x-6} = \frac{1}{27}$$

$$4 \cdot 2^{2x+1} = \frac{1}{8}$$

$$5^{x+1} + 5^{x+2} = 6$$

$$2 \cdot 4^{1-x} : 8^{2-x} = 16 \cdot 64^{1+2x}$$

(B) $a^{f(x)} = b^{f(x)}$

$$5^x = 7^x$$

$$4^{x-4} = 6^{4-x}$$

$$5^{6x-9} = 4^{4x-6}$$

$$5^{x+2} - 4^x = 4^{x+1} + 4 \cdot 5^{x+1}$$

$$2^{x+5} + 8 \cdot 3^{x+4} = 3^{x+6} + 2^{x+4}$$

$$4^{x+1} + 14 \cdot 5^{2x-1} = 5 \cdot 25^x - 3 \cdot 2^{2x-1}$$

(C) $a^{f(x)} = b$

$$2^{-x} = x + 6$$

$$2^x = 1 - x$$

$$3^x + x - 4 = 0$$

$$2^{-x} - 12 = 4x$$

$$2^{x+1} - 2 = 3x$$

$$3^{x-1} = x^{-1}$$

$$3^{x-1} - 2 = x^2 - 6x + 9$$

(D) Neenačbe

1. Grafično reši neenačbe.

$$3^{x+2} - 2 > 0$$

$$2^{x-3} < 2$$

$$4^{x+1} \leq \frac{1}{4}$$

2. Dana je funkcija $f(x) = 3^{-x+1} - 1$.

- Nariši graf funkcije.
- Zapiši definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije.
- Izračunaj koordinati točke, v katerih graf funkcije seka koordinatni osi.
- Reši neenačbo $f(x) < 2$.