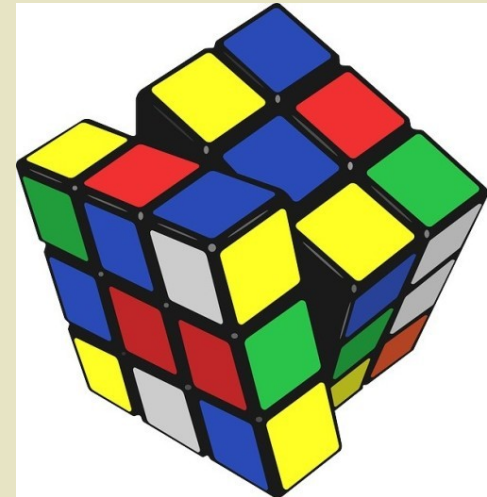




# ***Kombinatorika***

# KAJ KOMBINATORIKA JE?

- Kombinatorika je področje matematike, ki se ukvarja s tem, na koliko načinov je možno razporediti neko množico elementov ali na koliko načinov je možno izbrati elemente iz neke množice.



# ZGODOVINA

- S kombinatoriko so se ukvarjali že stari Kitajci,
- Prvo razpravo izdal frančiškanski pater Luca Pacioli
- V njej je opisal, na koliko različnih načinov lahko za mizo sedi določeno število ljudi.



# NALOGA KI SI JO JE ZASTAVIL

- Na koliko načinov lahko za ravno mizo sedi sedem povablencev?
- To nalogo lahko rešimo z osnovnim izrekom kombinatorike:  
$$N = n_1 n_2 \dots n_k$$
- Ta izrek imenujemo tudi pravilo produkta.
- Celoten proces je izvedljiv  $7*6*5*4*3*2*1=5040$  načinov,
- Tako vidimo, da dobimo  $7! = 7*6*5*4*3*2*1$  razporedov ali permutacij sedmih ljudi, kar je 5040.



# DELITEV PODROČJA KOMBINATORIKE

- ▣ Permutacije
- ▣ Variacije
- ▣ Kombinacije
- ▣ Kombinatorika in preslikave
- ▣ Verjetnostni račun

# OSNOVNI IZREK KOMBINATORIKE

- ▣ Srečamo se tudi z kombinatoričnim drevesom, ki nam grafično prikaže proces izbiranja določenih elementov, vendar ob večjem računu je neuporabno.
- ▣ Če izbiramo neodvisno med odločitvami  $n_1, n_2, n_3$  ter  $n_k$  odločitvami potem je število vseh izborov (N) enako produktu vseh teh v posamezni fazi.  
$$N = n_1 * n_2 * \dots * n_k$$
 Imenujemo pravilo produkta
- ▣ Če izbiramo med  $n_1$  možnosmi iz prve množice izborov,  $n_2$  možnostmi iz druge ...,  $n_k$  možnostmi iz k-te množice izborov in so izbori vsake množice neraydružljivi potem je vseh izborov:  
$$N = n_1 + n_2 + \dots + n_k$$
 Imenujemo pravilo vsote

# PERMUTACIJE

- Permutacija je bijektivna preslikava kake končne množice,
- Določena je z razporedom elementov izbrane množice.
- Število permutacij množice z  $n$  elementi je:

$$P_n = n! = 1 * 2 * 3 * \dots * (n-1) * n$$

Pravilo:  $0! = 1$

- Poznamo pa tudi permutacije s ponavljanjem to pa so razporedi na  $n$  mestih, na katerih večkrat nastopa en ali več (različnih) simbolov.

# VARIACIJE

- Variacije brez ponavljanja - je injektivna preslikava množice  $N_r$  v dano množico z močjo  $n$  ( $r$  je manjši ali enak  $n$ -ju)

$$V_n^r = n(n - 1)(n - 2) \dots (n - r + 1) = n! / (n - r)!$$

- Variacije  $n$  elementov reda  $r$  s ponavljanjem so vse razporeditve po  $r$  elementov iz množice z  $n$  elementi, pri čemer se elementi v razporeditvi lahko ponavljajo.

$${}^{(p)}V_n^r = n^r$$



# KOMBINACIJE

- Kombinacije reda  $r$  iz  $n$  elementov so podmnožice z močjo  $r$  kake končne množice z močjo  $n$ . Njihovo število je:

$$C_n^r = V_n^r / r! = n! / (n - r)! * r!$$

- Kombinacije s ponavljanjem reda  $r$  iz  $n$  elementov dane množice so izbori, v katerih lahko posamezni elementi nastopajo večkrat (brez omejitve ponavljanja). Njihovo število je:

$${}^{(p)}C_n^r = C_{n+r-1}^r = \binom{n+r-1}{r}$$



# MNOŽICE IN PRESLIKAVE

- Preslikava (funkcija, transformacija) priredi vsakemu elementu množice A natanko določen element množice B kot sliko.
- Najbolj poznane pa so surjektivna, injektivna in bijektivna preslikava.
- Preslikava je surjektivna, če slike elementov množice A sestavljajo vso množico B. Množica A se preslika na množico B.
- Preslikava je injektivna, če se vsaka dva različna elementa množice A preslikata v različna elementa množice B.
- Preslikava je bijektivna, če je hkrati surjektivna in injektivna.

# VERJETNOSTNI RAČUN

- ▮ Verjetnostni poskus je poskus, katerega rezultat je odvisen od naključja.
- ▮ Osnovne rezultate verjetnostnega poskusa imenujemo izidi.
- ▮ Imejmo verjetnostni poskus, ki ima vse izide enakovredne. To pomeni, da se pri velikem številu ponovitev tega poskusa vsi izidi pojavljajo (v povprečju) enako pogosto. V takem poskusu za dogodek A definiramo verjetnost z naslednjo definicijo:

$$P(A) = \text{število ugodnih izidov} / \text{število vseh možnih izidov}$$

Oziroma

$$P(A) = m / n$$



# HVALA ZA POZORNOST

- VIRI:

- <http://www.educa.fmf.uni-lj.si/izodel/sola/2002/dira/kosenina/uvod.html>

- [https://sl.wikipedia.org/wiki/Verjetnostni\\_ra%C4%8Dun](https://sl.wikipedia.org/wiki/Verjetnostni_ra%C4%8Dun)

- <http://www2.arnes.si/~mpavle1/mp/kombi.html>

- Učbenik: OD KLUČAVNICE DO INTEGRALA