13. Korenska funkcija

Funkcijo ***n*-ti koren** (za $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$) definiramo kot inverz potenčne funkcije $f(x) = x^n$:
n-ti koren iz *a* je tisto število *x*, za katero velja, da je $x^n = a$, torej:
$\sqrt[n]{a} = x \quad \Leftrightarrow \quad x^n = a$

Pri tem moramo ločiti dva primera:

- Če je *n* liho število, je potenčna funkcija $\boldsymbol{f(x) = x^n}$ bijektivna funkcija $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, zato inverzna funkcija res obstaja. To pomeni, da za vsak $a \in \mathbb{R}$ obstaja točno eno realno število *x*, ki ustreza enačbi $x^n = a$.

  Če je *n* liho število, lahko torej $\sqrt[n]{a}$ izračunamo za poljuben $a \in \mathbb{R}$.

- Če je *n* sodo število pa potenčna funkcija $\boldsymbol{f(x) = x^n}$ **ni** bijektivna funkcija $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Inverzno funkcijo lahko dobimo samo, če se omejimo na nenegativna števila. Vidimo namreč, da je enačba $x^n = a$ rešljiva samo, če je *a* nenegativno realno število. Če je *a* pozitiven, ima enačba celo dve realni rešitvi, ki se razlikujeta samo za predznak. Po dogovoru za rezultat *n*-tega korena izberemo nenegativno rešitev te enačbe.

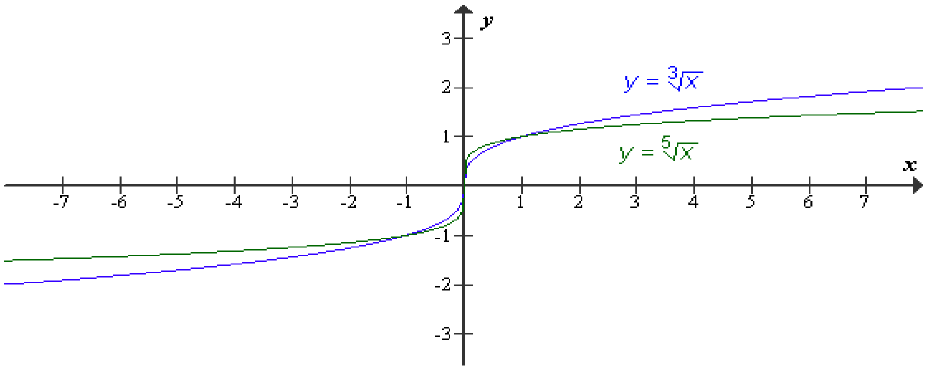
  Če je *n* sodo število, lahko torej $\sqrt[n]{a}$ izračunamo samo za nenegativen $a \in \mathbb{R}$ in tudi rezultat je nenegativno število.

13.1. Grafi korenskih funkcij

Korenska funkcija je vsaka funkcija, ki jo lahko zapišemo z enačbo oblike $\boldsymbol{f(x) = \sqrt[n]{x}}$ (kjer je $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$).
Opomba: Za $n = 2$ korenski eksponent tudi izpuščamo ($f(x) = \sqrt{x}$).

Kot smo že zapisali, ločimo dve vrsti korenskih funkcij:

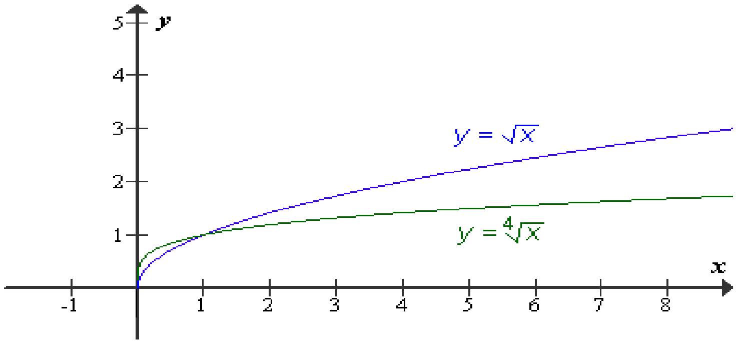
- Korenske funkcije z lihim korenskim eksponentom:



Vsaka funkcija iz te skupine ima naslednje lastnosti:

- $D_f = \mathbb{R}$,
- $Z_f = \mathbb{R}$,
- narašča povsod,
- v okolici koordinatnega izhodišča je funkcija navpična.

- Korenske funkcije s <u>sodim</u> korenskim eksponentom:



Vsaka funkcija iz te skupine ima naslednje lastnosti:

- $D_f = [0, \infty)$,
- $Z_f = [0, \infty)$,
- narašča povsod, kjer je definirana,
- v okolici koordinatnega izhodišča je funkcija navpična.

13.2. Potence z necelimi eksponenti

Potence z racionalnimi eksponenti definiramo z naslednjima praviloma:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

Pri korenskih funkcijah ponavadi privzameno, da je korenski eksponent *n* naravno število večje od 1, po zgoraj zapisanih pravilih pa lahko definiramo tudi korenske funkcije z drugimi eksponenti.

V praksi lahko korenske funkcije vedno preoblikujemo v potence z necelimi eksponenti, zato tudi ne izpeljujemo posebnih pravil za računanje s koreni.