

KOTNE FUNKCIJE

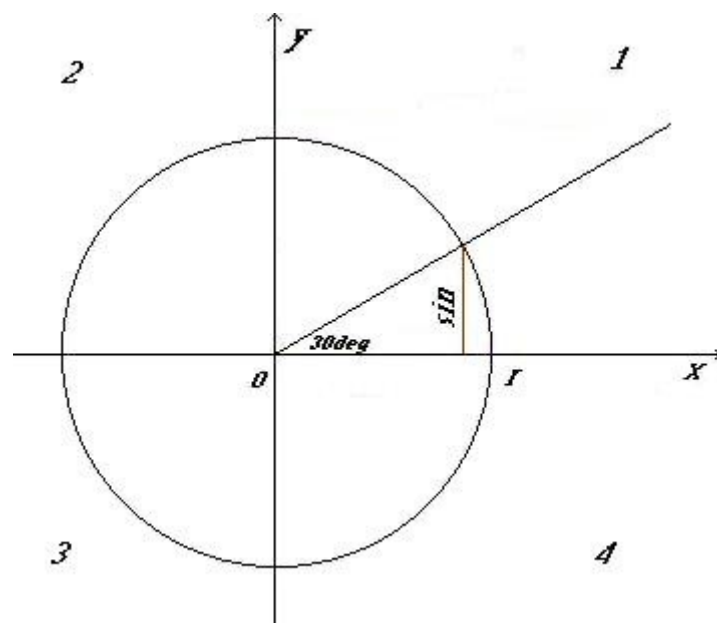
1. DEFINICIJA: SINUS

a) Sinus kota x , ki ima vrh v izhodišču koordinatnega sistema, en krak je fiksni na pozitivnem kraku x -osi, drugi krak pa je gibljiv je:

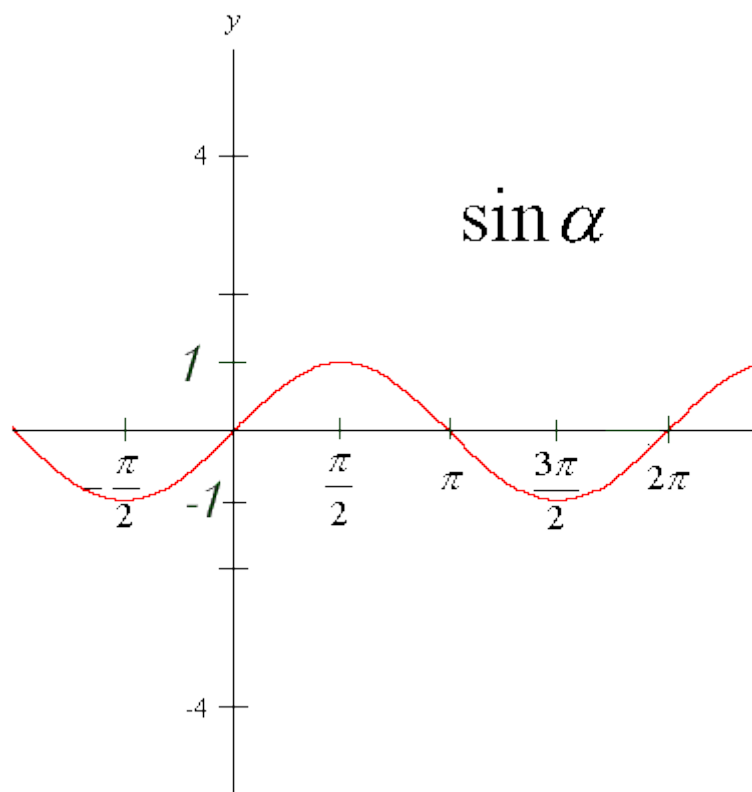
- enak y -koordinati presečišča gibljivega kraka in enotske krožnice.
- enak projekciji presečišča gibljivega kraka in enotske krožnice na y -os

b) $\sin x = \text{nasprotiležna kateta kota } x / \text{hipotenuza}$

2. KJE NAJDEMO SINUS NA ENOTSKI KROŽNICI:



3. GRAF SINUSA ($y=\sin x$):



4. NEKATERE LASTNOSTI:

- **PREIODIČNOST:** Funkcija sinus je periodična funkcija s periodo 2π .
- **LIHOST/SODOST:** Funkcija sinus je liha funkcija.
- **DEFINICIJSKO OBMOČJE:** Definicijsko območje funkcije sinus je cela realna os.
- **ZALOGA VREDNOSTI:** Zalog vrednosti funkcije sinus je interval $(-1, 1)$.
- **NIČLE:** Funkcija sinus ima ničle v točkah $k\pi$; k je element celih števil.
- **MAKSIMUMI:** Funkcija sinus ima maksimume v točkah $\pi/2 + 2k\pi$; k element celih števil.
- **MINIMUMI:** Funkcija sinus ima minimume v točkah $3\pi/2 + 2k\pi$; k element celih števil.
- **ZVEZNOST:** Funkcija sinus JE zvezna funkcija.

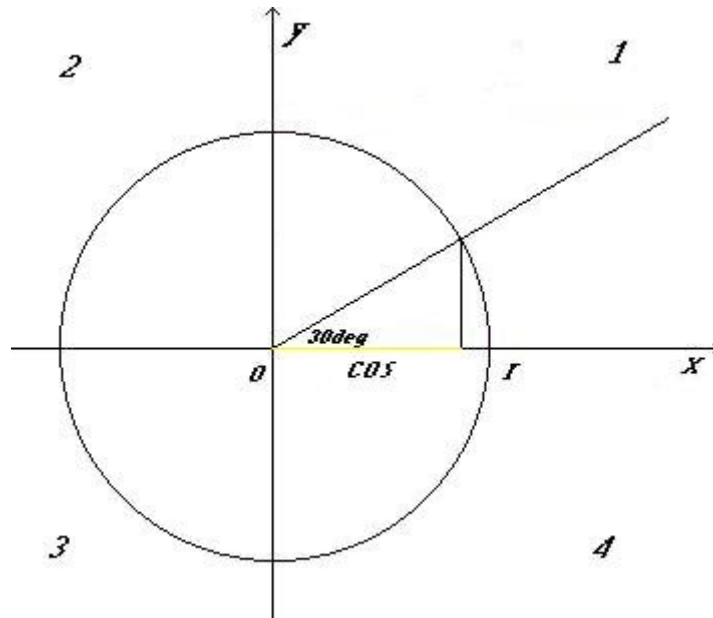
1. DEFINICIJA: **KOSINUS**

a) Kosinus kota x , ki ima vrh v izhodišču koordinatnega sistema, en krak je fiksni na pozitivnem kraku x-osi, drugi krak pa je gibljiv je:

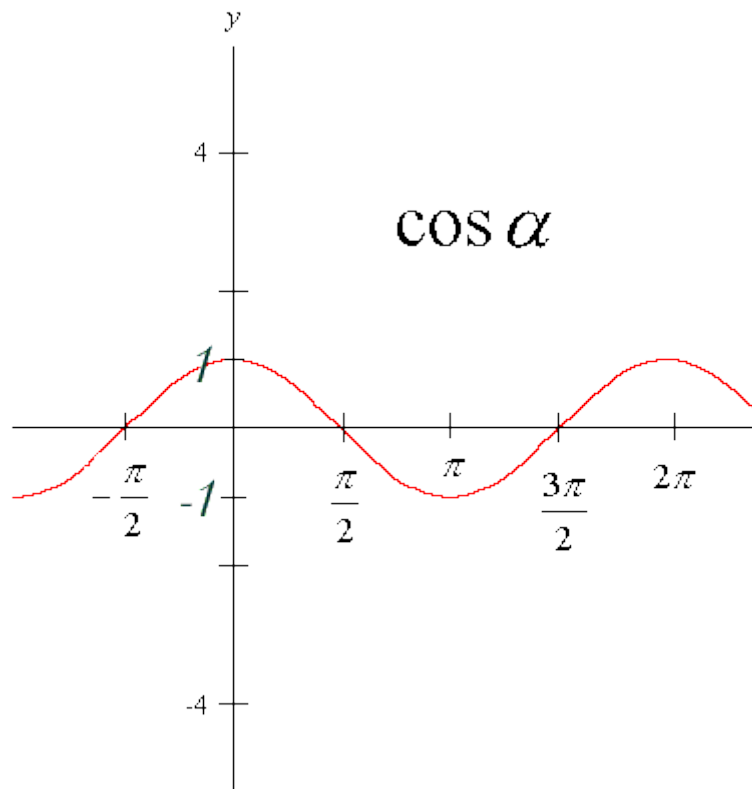
- enak x-koordinati presečišča gibljivega kraka in enotske krožnice.
- enak projekciji presečišča gibljivega kraka in enotske krožnice na x-osi.

b) $\cos x = \text{priležna kateta kota } x / \text{hipotenuza}$

2. KJE NAJDEMO KOSINUS NA ENOTSKI KROŽNICI:



3. GRAF KOSINUSA ($y=\cos x$):



4. NEKATERE LASTNOSTI:

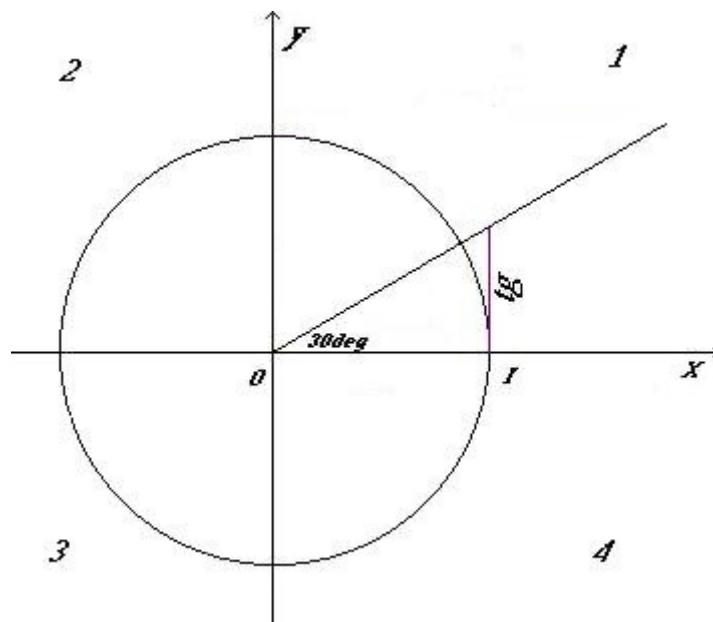
- **PREIODIČNOST:** Funkcija kosinus je periodična funkcija s periodo 2π .
- **LIHOST/SODOST:** Funkcija kosinus je soda funkcija.
- **DEFINICIJSKO OBMOČJE:** Definicijsko območje funkcije kosinus je cela realna os.
- **ZALOGA VREDNOSTI:** Zalog vrednosti funkcije kosinus je interval $(-1,1)$.
- **NIČLE:** Funkcija kosinus ima ničle v točkah $\pi/2 + k\pi$; k je element celih števil.

- **MAKSIMUMI:** Funkcija kosinus ima maksimume v točkah $2\pi + 2k\pi$; k element celih števil.
- **MINIMUMI:** Funkcija kosinus ima minimume v točkah $\pi + 2k\pi$; k element celih števil.
- **ZVEZNOST:** Funkcija kosinus JE zvezna funkcija.

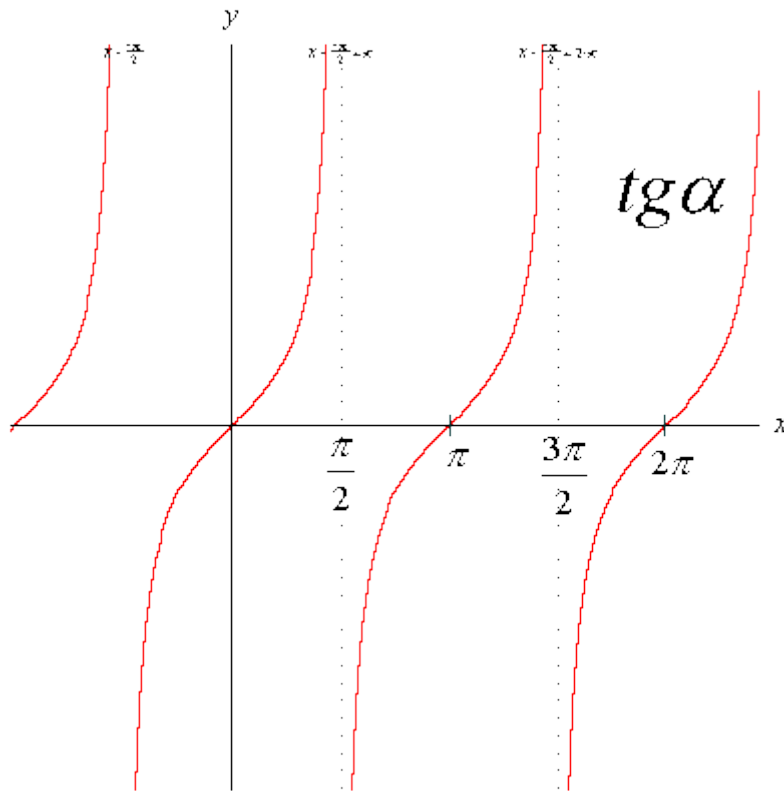
1. DEFINICIJA: **TANGENS**

a) $\text{tg}x = \text{nasprotiležna kateta kota } x / \text{priležna kateta}$

2. KJE NAJDEMO TANGENS NA ENOTSKI KROŽNICI:



3. GRAF TANGENSA ($y=\operatorname{tg}x$)



4. NEKATERE LASTNOSTI:

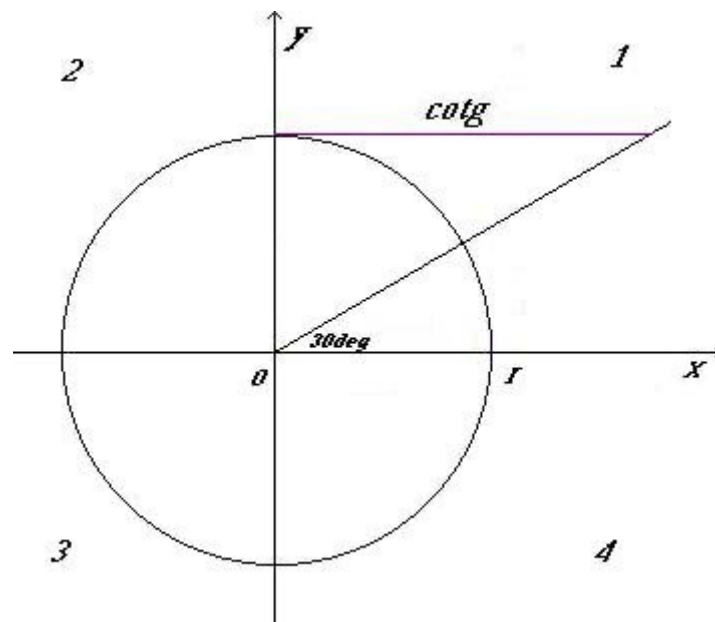
- **PREIODIČNOST:** Funkcija tangens je periodična in sicer s periodo π .
- **LIHOST/SODOST:** Funkcija tangens je liha funkcija.
- **DEFINICIJSKO OBMOČJE:** Definicijsko območje funkcije tangens je cela realna os brez točk $\frac{\pi}{2} + 2k\pi$; k je element celih števil.
- **ZALOGA VREDNOSTI:** Zaloga vrednosti funkcije tangens je cela realna os.
- **NIČLE:** Funkcija tangens ima ničle v točkah $k\pi$; k je element celih števil.
- **MAKSIMUMI:** Funkcija tangens je navzgor neomejena.

- **MINIMUMI:** Funkcija kotangens je navzdol neomejena.
- **ZVEZNOST:** Funkcija tangens NI zvezna funkcija.

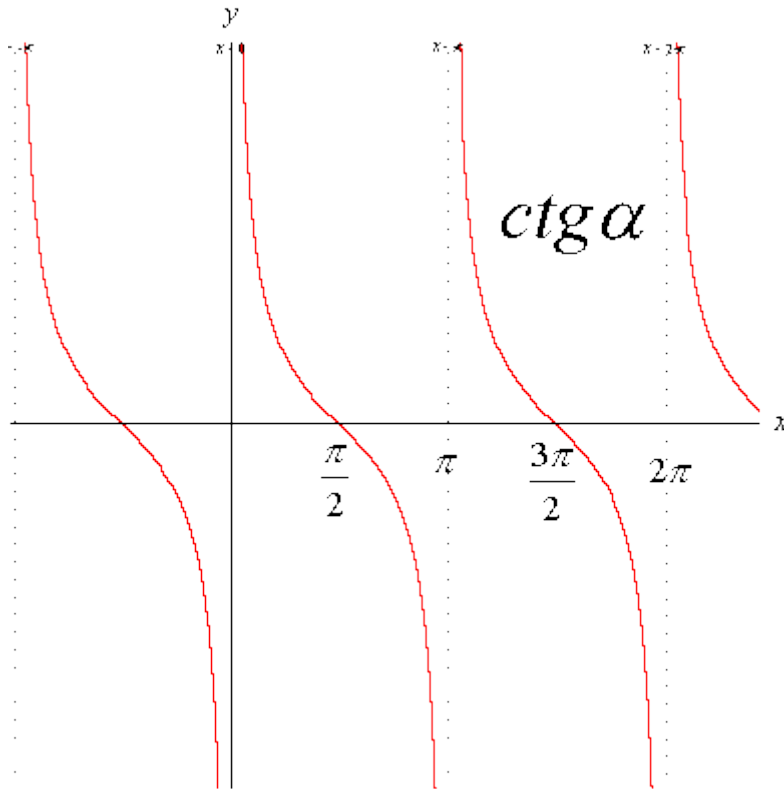
1. DEFINICIJA: **KOTANGENS**

a) $\text{ctgx} = \text{priležna kateta kota } x / \text{nasprotna kateta}$

2. KJE NAJDEMO KOTANGENS NA ENOTSKI KROŽNICI:



3. GRAF KOTANGENSA ($y=\text{ctg}x$)



4. NEKATERE LASTNOSTI:

- **PREIODIČNOST:** Funkcija kotangens je periodična funkcija in sicer s periodo π .
- **LIHOST/SODOST:** Funkcija kotangens je liha funkcija.
- **DEFINICIJSKO OBMOČJE:** Definicijsko območje funkcije kotangens je cela realna os brez točk $\pi + 2k\pi$; k je element celih števil.
- **ZALOGA VREDNOSTI:** Zaloga vrednosti funkcije kotangens je cela realna os.
- **NIČLE:** Funkcija kotangens ima ničle v točkah $\pi/2 + k\pi$; k je element celih števil.

- **MAKSIMUMI:** Funkcija kotangens je navzgor neomejena.
- **MINIMUMI:** Funkcija kotangens je navzdol neomejena.
- **ZVEZNOST:** Funkcija kotangens NI zvezna funkcija.

- **IZREKI IN FORMULE**

- **Vrednosti kotnih funkcij pri nekaterih pogostih kotih:**

	0°	30°	45°	60	90°
sin	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
cos	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0
tg	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	8
ctg	8	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}/3$	0

- **Adicijski izreki:**

- o **Za kosinus:**

$$\cos(x_1+x_2) = \cos x_1 \cos x_2 - \sin x_1 \sin x_2$$

$$\cos(x_1-x_2) = \cos x_1 \cos x_2 + \sin x_1 \sin x_2$$

- o **Za sinus:**

$$\sin(x_1+x_2) = \sin x_1 \cos x_2 + \cos x_1 \sin x_2$$

$$\sin(x_1-x_2) = \sin x_1 \cos x_2 - \cos x_1 \sin x_2$$

- o **Za tangens:**

$$\operatorname{tg}(x_1+x_2) = \operatorname{tg} x_1 + \operatorname{tg} x_2 / 1 - \operatorname{tg} x_1 \operatorname{tg} x_2$$

•

- **Kotne funkcije komplementarnih kotov:**

$$\sin(90^\circ - x) = \cos x$$

$$\cos(90^\circ - x) = \sin x$$

•

•

•

- **Prehod na ostri kot:**

- **II. kvadrant**

$$\sin x = \sin(180^\circ - x)$$
$$\cos x = -\cos(180^\circ - x)$$

- **III. kvadrant**

$$\sin x = -\sin(x - 180^\circ)$$
$$\cos x = -\cos(x - 180^\circ)$$

- **IV. kvadrant**

$$\sin x = -\sin(2\pi - x)$$
$$\cos x = -\cos(2\pi - x)$$

•

•

- **Kotne funkcije dvojnih kotov:**

$$\sin 2x = \sin(x + x) = \sin x \cos x + \sin x \cos x = 2 \sin x \cos x$$
$$\cos 2x = \cos(x + x) = \cos x \cos x - \sin x \sin x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

- **Kotne funkcije polovičnih kotov:**

- $\sin x/2 = \pm \sqrt{1 - \cos x}/2$
- $\cos x/2 = \pm \sqrt{1 + \cos x}/2$
- $\operatorname{tg} x/2 = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$

•

•

-

- **Faktorizacija oziroma pretvarjanje produkta v vsoto in obratno:**

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

$$\operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$

- **Kotne funkcije trojnih kotov:**

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

- **Razčlenitev produkta kotnih funkcij:**

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

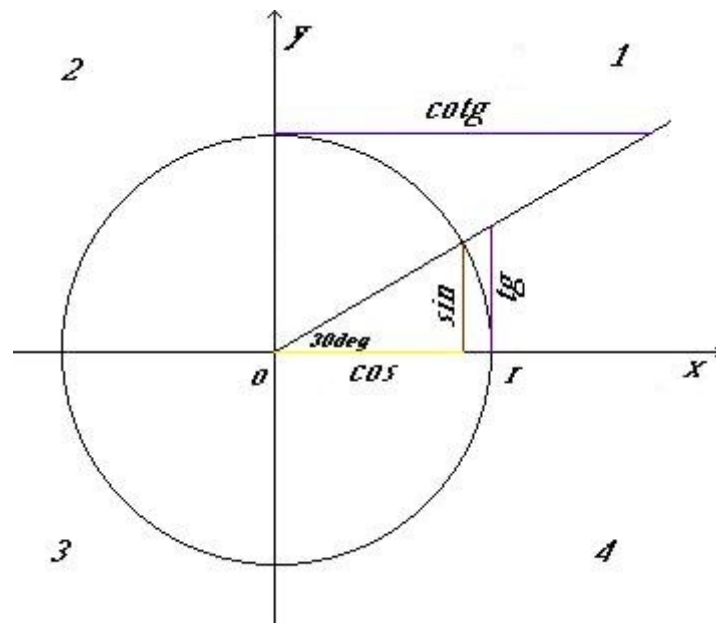
$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$

-

-

- **Kotne funkcije na enotski krožnici:**



-

-

-

-

-

-

-

-

•

•

•

•

-

- **Nekatere lastnosti:**

	SINUS	KOSINUS	TANGENS	KOTANGENS
PERIODIČNOST	je periodična in sicer s periodo 2π	je periodična in sicer s periodo 2π	je periodična in sicer s periodo π	je periodična funkcija in sicer s periodo π
LIHOST/SODOST	liha	soda	liha	liha
DEFINICIJSKO OBMOČJE	cela realna os	cela realna os	cela realna os brez točk $\pi/2 + 2k\pi$	cela realna os brez točk $\pi + 2k\pi$
ZALOGA VREDNOSTI	interval $(-1,1)$	interval $(-1,1)$	cela realna os	cela realna os
NIČLE	v točkah $k\pi$	v točkah $\pi/2 + k\pi$	v točkah $k\pi$	v točkah $\pi/2 + k\pi$
MAKSIMUM	v točkah $\pi/2 + 2k\pi$	v točkah $2\pi + 2k\pi$	je navzgor neomejena	je navzgor neomejena
MINIMUM	v točkah $3\pi/2 + 2k\pi$	v točkah $\pi + 2k\pi$	je navzdol neomejena	je navzdol neomejena
ZVEZNOST	je zvezna	je zvezna	ni zvezna	ni zvezna