**Polinomi Polinom stopnje *n*** (*n*0) je vsaka [funkcija](http://www2.arnes.si/~mpavle1/mp/funk1.html), ki jo lahko zapišemo z enačbo oblike:  
 ***p*(*x*) = *an* *xn* + *an*-1 *xn*-1 + · · · + *a*2 *x*2 + *a*1 *x* + *a*0**  
Pri tem so koeficienti *an*, *an*-1, **. . .** , *a*2, *a*1 in *a*0 poljubna realna števila, koeficient *an* pa mora biti različen od 0 (polinom je stopnje *n* samo, če potenca *xn* v polinomu res nastopa).  
  
Koeficient ***an*** (koeficient pri najvišji potenci, ki v polinomu nastopa) se imenuje **vodilni koeficient** polinoma. Člen ***an* *xn*** se imenuje **vodilni člen** polinoma.  
Koeficient ***a*0** (koeficient brez *x*), se imenuje **prosti koeficient** ali tudi **prosti člen** polinoma.  
  
Stopnjo polinoma *p* označimo: st(*p*)  
Polinom druge stopnje je [kvadratna funkcija](http://www2.arnes.si/~mpavle1/mp/kvad_f.html).  
Polinom prve stopnje je [linearna funkcija](http://www2.arnes.si/~mpavle1/mp/lin_f.html).  
Polinom ničte stopnje je konstantni polinom *p*(*x*) = *a* (za *a* ≠ 0).  
Kot poseben primer uvrstimo v množico polinomov tudi **ničelni polinom** - to je polinom, ki je konstantno enak 0. Ničelni polinom nima definirane stopnje (pravimo tudi, da ima stopnjo minus neskončno).



**17.1.Računanje s polinomi** Če v enačbo polinoma vstavimo dano število *a*, lahko izračunamo vrednost polinoma *p*(*a*) (vrednost polinoma v točki *a* oziroma vrednost polinoma pri *x* = *a*).  
Polinome lahko seštevamo, odštevamo in množimo. Rezultat vsake od teh računskih operacij je spet polinom.  
  
V množici polinomov lahko izvajamo tudi računsko operacijo deljenje z ostankom Velja:  
**Osnovni izrek o deljenju polinomov**:  
Poljuben polinom deljenec *p* lahko delimo s poljubnim neničelnim polinomom deliteljem *q* in pri tem dobimo polinom količnik *k*(*x*) in polinom ostanek *o*(*x*), tako da velja  
 *p*(*x*) = *q*(*x*) *k*(*x*) + *o*(*x*) (tj. velja preizkus pri deljenju) in  
 st(*o*) < st(*q*) (tj. stopnja ostanka je manjša od stopnje delitelja)   
  
Pri deljenju polinoma *p* s polinomom (*x* - *a*) je ostanek vedno število (ker je stopnja delitelja 1, mora biti stopnja ostanka manjša od 1). Izkaže se, da je to število enako vrednosti polinoma *p*(*a*).  
Deljenje polinoma *p* s polinomom (*x* - *a*) lahko zapišemo na krajši način s Hornerjevim algoritmom.

**17.2.Ničle polinoma** Če je število *a* [ničla](http://www2.arnes.si/~mpavle1/mp/funk2.html" \l "nicle) polinoma *p*, je ostanek pri deljenju polinoma *p* s polinomom (*x* - *a*) enak 0 (deljenje se izide brez ostanka). Torej lahko v tem primeru polinom *p* zapišemo v obliki:  
 ***p*(*x*) = (*x* - *a*) *k*(*x*)**   
  
Odgovor na vprašanje, kateri polinomi sploh imajo ničle, podaja **Gaußov izrek**, ki ga imenujemo tudi  
**Osnovni izrek algebre polinomov**:  
Vsak nekonstanten polinom ima v vsaj eno ničlo.  
  
Posledica Gaußovega izreka:  
Polinom stopnje *n* (za *n* > 0) lahko zapišemo v razcepljeni (ničelni) obliki:  
 *p*(*x*) = *C* (*x - x*1)(*x - x*2) **· · ·**  (*x - xn*)   
  
Števila *x*1, *x*2, ..., *xn*, ki nastopajo v razcepljeni obliki so ravno vse ničle polinoma *p*.  
Če so vsa ta števila med seboj različna, vidimo, da ima polinom stopnje *n* točno *n* ničel. Če so nekatera (ali tudi vsa) od teh števil med sabo enaka, je ničel seveda manj kot *n*.  
Če ničla *xm* v razcepljeni obliki nastopa *k*-krat, pravimo, da je to ***k*-kratna ničla polinoma** (oziroma ničla stopnje *k*). Če vsako ničlo polinoma štejemo tolikokrat, kolikor je njena stopnja, lahko rečemo, da ima polinom stopnje *n* vedno točno *n* ničel.  
Čeprav so koeficienti polinoma realna (ali kar cela) števila, so ničle polinoma v splošnem lahko nerealne.  
Velja pa pravilo: Če ima polinom z realnimi koeficienti nerealne ničle, potem te nastopajo v konjugiranih parih.  
  
**Iskanje ničel polinoma**  
Žal ne obstaja preprosto splošno pravilo za iskanje ničel polinoma.  
Pri iskanju ničel najpogosteje uporabljamo naslednje metode (oziroma kombinacijo naslednjih metod):



* **Razcepljanje:** Polinom razcepimo po pravilih za [razcepljanje izrazov](http://www2.arnes.si/~mpavle1/mp/izrazi.html#razcep) in iz razcepljene oblike razberemo ničle.
* **Inteligentno ugibanje:** Ničlo *a* »uganemo« in s Hornerjevim algoritmom preverimo, da je to res ničla, potem pa polinom razcepimo v obliko: *p*(*x*) = (*x* - *a*) *k*(*x*).  
  Da je ugibanje res inteligentno se ravnamo po naslednjih pravilih:  
  (1) Cele ničle polinoma s celimi koeficienti iščemo samo med delitelji prostega člena.  
  (2) Racionalne ničle polinoma s celimi koeficienti iščemo samo med ulomki, ki imajo v števcu delitelj prostega člena, v imenovalcu pa delitelj vodilnega koeficienta.
* **Numerične metode:** Če druge metode odpovejo, poiščemo približne vrednosti ničel z numeričnimi metodami.  
  Najbolj znana numerična metoda je **metoda bisekcije**:  
  Najprej poiščemo interval [*a*, *b*], na katerem polinom (oziroma poljubna zvezna funkcija) spremeni predznak (v enem krajišču je funkcija pozitivna, v drugem pa negativna).  
  Potem izračunamo razpolovišče intervala: *c* = (*a* + *b*).  
  Ugotovimo, na katerem od manjših intervalov [*a*, *c*] ali [*c*, *b*] funkcija spremeni predznak, in postopek nadaljujemo na tem intervalu.

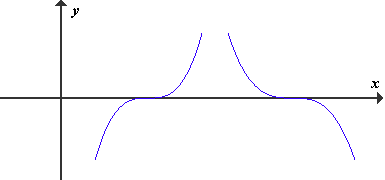
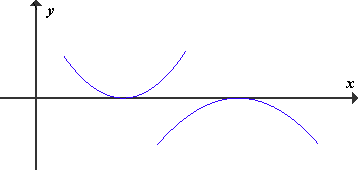
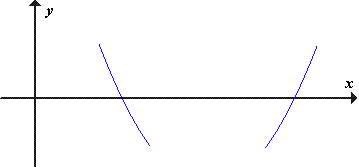


**17.3.Graf polinoma** Polinom je zvezna funkcija. To pomeni, da je graf polinoma nepretrgana krivulja. Pri risanju [grafa](http://www2.arnes.si/~mpavle1/mp/funk1.html#graf) polinoma upoštevamo naslednja pravila:

* **Graf polinoma, ko gre *x* proti** , je podoben grafu vodilnega člena tega polinoma (*y* = *anxn*). Torej je podoben [grafu potenčne funkcije](http://www2.arnes.si/~mpavle1/mp/pot_f.html#grafi) *y* = *xn* raztegnjene z [raztegom](http://www2.arnes.si/~mpavle1/mp/funk3.html#razteg) v smeri osi *y* za *an*.



* **Graf polinoma v okolici ničle *k*-te stopnje** je podoben kot [graf potenčne funkcije](http://www2.arnes.si/~mpavle1/mp/pot_f.html#grafi) *y* = *xk* (z ustreznim [raztegom](http://www2.arnes.si/~mpavle1/mp/funk3.html#razteg) in [premikom](http://www2.arnes.si/~mpavle1/mp/funk3.html#razteg)).   
  To pomeni, da ločimo tri vrste ničel:  
  (1) enostavne ničle (ničle prve stopnje): graf seka abscisno os pod določenim kotom.  
     
  (2) ničle sode stopnje (tj. stopnje 2., 4., 6. itd): graf ne prečka abscisne osi, v ničli sode stopnje ima polinom lokalni [ekstrem](http://www2.arnes.si/~mpavle1/mp/funk2.html#minmax).  
     
    
  (3) ničle lihe stopnje večje od 1 (tj. stopnje 3., 5., 7., itd): graf prečka abscisno os, vendar tako, da se ji v okolici ničle zelo lepo prilega (ima vodoravno os za tangento) - pravimo, da ima graf v taki ničli vodoravni prevoj.  
     
    
  Torej ugotovimo: Predznak polinoma se spremeni samo v ničlah lihe stopnje.



Zgled:  
Polinom *p*(*x*) = (*x* + 1)*x*2(*x* - 2)3 ima enojno ničlo pri -1, dvojno ničlo pri 0 in trojno ničlo pri 2.

