**POLINOMI**

Konstantna, kvadratna, linearna, definirana je za vsa R števila, zaloga vrednosti je podmnožica R števil.

P(x) = anxn + an-1 xn-1 + … + a2x2 + a1x1 +a0

a0 =prosti člen

an = vodilni koeficient

n = stopnja polinoma

Polinomi so enaki, če je enaka stopnja in enaki koeficienti pri potencah iste stopnje. Ničelni polinom je ko so vsi koeficienti enaki 0.

OPERACIJE:

+, - 🡪 notranja, asociativna, komutativna, enota, obrnljivi elementi/ člene z enako potenco

Množenje 🡪 -||- vsak člen z vsakim, notranja, asociativna, komutativna, enota

**Deljenje:**  za vsak polinom p, stopnje n in polinom q, stopnje m (n>m) obstajata natanko določena polinoma k in r da velja:

p(x) = k(x) \* q(x) + r(x) deljenec = kvocient \* delitelj + ostanek

stopnja k(x) = m-n, stopnja r(x) je manjša od stopnje q(x) ali pa je r(x) = 0

**Hornerjev algoritem** omogoča hitrejše in preglednejše deljenje polinoma P(x) = anxn + an-1 xn-1 + … + a2x2 + a1x1 +a0 z linearnim polinomom q(x) = x-c.

Podobno olajšamo deljenje z polinomom q(x) = x2 –px –q ) 🡪 najprej delimo z p potem pa dobljen polinom k(x) delimo še z q(x).

**Ničle polinoma**

Ostanek pri deljenju polinoma p(x) s polinomom x-a, kjer je a število, je enak vrednosti polinoma p(x) pri x = a. 🡪 p(x) = k(x) (x-a) +p(a)

Če je p(a) = 0, je število **ničla** polinoma. To je natanko tedaj, ko je polinom p(x) deljiv s polinomom x-a, torej je p(x) = k(x) (x-a). V primeru, ko je p(x)=q(x)(x-a)m (m € N) in q(a) ni 0, je število a ničla polinoma p(x) stopnje m.

**Osnovni izrek algebre;** vsak nekonstanten polinom s kompleksnimi koeficienti ima vsaj eno kompleksno ničlo. **Posledice:**  vsak polinom p(x) s kompleksnimi koeficienti stopnje n >ali enako 1 ima natanko n kompleksnih ničel x1, x2, …xn **dokaz posledice:** če je ničla polinoma enaka x1, je polinom p deljiv z polinomom (x-x1). 🡪 p(x) =k1(x)(x-x1) Če je n>1, potem je polinom k1, ki je stopnje n-1, nekonstanten in tudi zanj velja, da ima vsaj eno ničlo, denimo x2. polinom k1 je deljiv z (x-x2) 🡪 k1(x) =k2(x)(x-x2) in potem je p(x)=k2(x)(x-x2)(x-x1) .

Tako se lahko n-krat sklicujemo na osnovni izrek algebre in izrek o deljenju polinomov, in dobimo **p(x)= an(x-xn)…(x-x3)(x-x2)(x-x1)**

Dvakratno ničlo določiš tako, da 2krat uporabiš hornerja, deliš enkrat in q(x) deliš z isto cifro.

**Iskanje ničel**

* ničle uganemo (recimo za 1,-1)
* poiščemo celoštevilske ničle 🡪 delitelji prostega člena (*dokaz v spatiumu)*
* poiščemo racionalne ničle 🡪 med okrajšanimi ulomki oblike c/d, pri čemer mora imenovalec d deliti vodilni koeficient, števec c pa mora deliti prosti člen (*spatium)*

D = b2 - 4ac, x1,2 = - b ± √b2-4ac / 2a

**Graf polinoma:**

* sekanje abscisne in ordinatne osi 🡪 ordinatna os (0,a0) p(0) = a2 začetna vrednost. Absciso polinom seka v ničlah p(x)=0.
* Obnašanje v okolici ničel 🡪 odvisno od kratnosti ničle. **LIHA** ničla (enkratna, trikratna, petkratna) –graf seka abscisno os; v lihi ničli polinom spremeni predznak. **SODA** ničla (dvakratna,…) –graf se dotakne abscisne osi ; v ničlah sode stopnje se predznak ne spremeni.

X X2

X3 X4

Če je vrednost k v okolici x=c negativna, se graf obnaša tako:

Liha: soda:

* Obnašanje grafa ko se oddaljuje od koordinatnega središča 🡪 polinom pri velikih pozitivnih in negativnih X stran od 0

P(x) = anxn + an-1 xn-1 + … + a2x2 + a1x1 +a0 ; izpostavimo vodilni člen anxn , gre proti 0, ko gre x v neskončno. Ko se X približuje + ali – neskončno, grejo vsi členi, ki imajo v imenovalcu potenco x proti 0. **Daleč od izhodišča se obnaša kot vodilni člen!**

+ -

S:

L:

Soda fukncija-v njem nastopajo same sode potence spremenljivke x; Liha funkcija: če imajo vse potence spremenljivke x lihe exp, prosti člen pa 0. graf je simetričen glede na koordinatno izhodišče.

**Preslikave**:

\* y = |p(x)| 🡪 negativno ordinato Y prezrcalimo prek osi X

\* y = p(|x| ) 🡪 tisti del grafa y=p(x) na katerem ležijo točke s pozitivno absciso pustimo nespremenjen in ga prezrcalimo prek ordinatne osi.

\* y = -p(x) 🡪 celoten graf prezrcalimo prek abcisne osi

\* y = 2p(x) 🡪 osnovni graf p(x) skrčimo vzdolž ordinatne osi za faktor 2.

\* y= p(2x) 🡪 osnovni graf p8x) skrčimo vzdolž abcisne osi za faktor ½

\* y = p(x-2) 🡪 prvotni graf za dve enoti togo premaknemo v desno

\* y = p(x)-2 🡪 prvotni graf za dve enoti togo premaknemo navzdol

**BISEKCIJA**  je iskanje iracionalnih ničel (z decimalnim zapisom). Če je vrednost intervala [a, b] različno predznačena, je na tem intervalu vsaj ena ničla, graf seka os x.

Določanje presečišča: predznak funkcije na sredini intervala 🡪 **c = a+b / 2**

Dobimo nov interval glede na f(c) ; [a, c] ali [c, b] .

Postopek ponovimo med novim intervalom.

**GRAF RACIONALNE FUNKCIJE:**

1. v ničli lihe stopnje racionalna funkcija spremeni predznak, v ničli sode stopnje pa ne.
2. v polu lihe stopnje racionalna funkcija prevrže predznak, v polu sode stopnje pa ga ohranja.
3. graf racionalne funkcije ima v vsakem polu navpično asimptoto.
4. daleč od izhodišča določa vedenje racionalne funkcije kvocient vodilnih členov števca in imenovalca.
5. **Če je stopnja števca manjša od stopnje imenovalca** se daleč proč od izhodišča graf funkcije približuje abscisni osi, ki je vodoravna asimptota grafa. **y = 0**
6. **Če je stopnja števca enaka stopnji imenovalca** je vodoravna asimptota grafa funkcije premica **y= an/bm**kjer sta a in b vodilna koeficienta v števcu in imenovalcu.
7. **Če je stopnja**  **števca večja od stopnje imenovalca** se daleč stran od izhodišča graf približuje grafu polinoma, ki ga dobimo kot kvocient pri deljenju polinomov **y=kx+n**