

RAČUNSKI ZAKONI

1. Seštevanje

a.) komutativnostni zakon

$$a+b=b+a$$

b.) asociativnostni zakon

$$a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$$

c.) nevtralni element seštevanja

$$0+a=a$$

d.) nasprotna števila

$$a+(-a)=0$$

e.) povezanost seštevanja z odštevanjem

$$(a-b)=a+(-b)$$

Dokaz:

$$(a-b)+b=a$$

$$(a-b)+b+(-b)=a+(-b)$$

$$\underline{a-b=a+(-b)}$$

2. Množenje

a.) komutativnostni zakon

$$a \cdot b = b \cdot a$$

b.) asociativnostni zakon

$$abc=(ab)c=a(bc)$$

c.) distributivnostni zakon (povezanost množenja s seštevanjem)

$$a(b+c)=ab+ac$$

$$(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd$$

Dokaz:

$$(a+b)(c+d)=$$

$$=(a+b)c+(a+b)d=$$

$$=ac+bc+ad+bd$$

d.) izpostavljanje skupnega faktorja (uporaba distributivnosti iz desne na levo stran)

$$ab+ac=a(b+c)$$

e.) kvadrat vsote

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Dokaz:

$$(a+b)^2 =$$

$$\dot{=} (a+b)(a+b) =$$

$$aa + ba + ab + bb =$$

$$\dot{=} \underline{a^2 + 2ab + b^2}$$

f.) kvadrat razlike

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Dokaz:

$$(a-b)^2 =$$

$$\dot{=} (a+(-b))^2 =$$

$$\dot{=} a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 =$$

$$\dot{=} \underline{a^2 - 2ab + b^2}$$

g.) kvadriranje tričlenika

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Dokaz:

$$(a+b+c)^2 =$$

$$\dot{=} (a+b+c)(a+b+c) =$$

$$\dot{=} aa + ba + ca + ba + bb + bc + ca + cb + cc =$$

$$\dot{=} \underline{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc}$$

h.) nevtralni člen množenja

$$a \cdot 1 = a$$

i.) uničevalni člen množenja

$$a \cdot 0 = 0$$

j.) produkt vsote in razlike dveh enakih števil

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Dokaz:

$$(a+b)(a-b) =$$

$$= a^2 + ab - ab - b^2 =$$

$$\dot{=} \underline{a^2 - b^2}$$

3. Potenciranje

a.) množenje potenc z enakimi osnovami

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Dokaz:

$$a^m \cdot a^n =$$

$$\text{! } a \cdot a \cdot \dots \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a =$$

$$(\text{ } m \text{ } a \text{ -jev}) (\text{ } n \text{ } a \text{ -jev}) \Rightarrow a \text{ -jev je } m+n$$

$$= \underline{\underline{a^{m+n}}}$$

b.) potenciranje potence

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

Dokaz:

$$(a^m)^n =$$

$$\text{! } a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m =$$

$$(\text{ } n \text{ krat } a^m \text{ -jev})$$

$$= \underline{\underline{a^{mn}}}$$

c.) potenciranje produkta

$$(ab)^n = a^n b^n$$

Dokaz:

$$(ab)^n =$$

$$\text{! } (ab)(ab) \cdot \dots \cdot (ab) =$$

$$(\text{ } n \text{ } ab \text{ -jev})$$

$$= aaa \cdot \dots \cdot a \cdot bbb \cdot \dots \cdot b =$$

$$(\text{ } n \text{ } a \text{ -jev}) (\text{ } n \text{ } b \text{ -jev})$$

$$= \underline{\underline{a^n b^n}}$$

d.) potenciranje števila -1

$$(-1)^{2n} = 1$$

Dokaz:

$$(-1)^{2n} =$$

$$\text{! } ((-1)^2)^n =$$

$$\text{! } 1^n =$$

$$\text{! } \underline{\underline{1}}$$

$$(-1)^{2n+1} = -1$$

Dokaz:

$$(-1)^{2n+1} =$$

$$\text{! } (-1)^{2n} \cdot (-1)^1 =$$

$$\text{! } 1 \cdot (-1) =$$

$$\text{! } \underline{\underline{-1}}$$

e.) **potenciranje kateregakoli negativnega števila**

$$(-a)^{2n} = a^{2n}$$

Dokaz:

$$(-a)^{2n} =$$

$$\dot{=} ((-1)a)^{2n} =$$

$$\dot{=} (-1)^{2n} \cdot a^{2n} =$$

$$\dot{=} 1 \cdot a^{2n} =$$

$$\dot{=} \underline{\underline{a^{2n}}}$$

$$(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$$

Dokaz:

$$(-a)^{2n+1} =$$

$$\dot{=} ((-1)a)^{2n+1} =$$

$$\dot{=} (-1)^{2n+1} \cdot a^{2n+1} =$$

$$\dot{=} (-1)a \cdot a^{2n+1} =$$

$$\dot{=} \underline{\underline{-a^{2n+1}}}$$

f.) **kub vsote**

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Dokaz:

$$(a+b)^3 =$$

$$\dot{=} (a+b)^2 \cdot (a+b) =$$

$$\dot{=} (a^2 + 2ab + b^2)(a+b) =$$

$$\dot{=} a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 =$$

$$\dot{=} \underline{\underline{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}}$$

g.) **kub razlike**

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Dokaz:

$$(a-b)^3 =$$

$$\dot{=} (a+(-b))^3 =$$

$$\dot{=} a^3 + 3a^2(-b) + 3a(-b)^2 + (-b)^3 =$$

$$\dot{=} \underline{\underline{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}}$$

h.) **razlika potenc**

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + a^{n-4}b^3 + \dots + a^3b^{n-4} + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

i.) **vsota potenc z lihimi eksponentom**

$$a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots - a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$$

j.) **razlika kubov**

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

k.) **vsota kubov**

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$