

## VEKTORJI:

- vektor je usmerjena daljica
- skozi 2 točki lahko narisemo natanko 2 vektorja, ki se razlikujeta le v smeri in ju zato imenujemo nasprotna vektorja
- vsak urejen par točk  $(a,b)$  na ravnini ali v prostoru določa vektor, ki ima začetek v točki A in konec v točki B
- usmerjeni daljici AB in CD določata isti vektor natanko takrat, ko sta vzporedni, enako dolgi in kazeta isto smer
- vsota vektorjev: (lastnosti)
  1. komutativnost  $a + b = b + a$
  1. asociativnost  $(a + b) + c = a + (b + c)$
  1.  $a + 0 = a$
  1.  $a + (-a) = 0$
  1.  $(-a) + (-b) = -(a + b)$
- razlika vektorjev:
  - razlika vektorjev  $a - b$  je vektor, ki ga moramo pristeti vektorju b, da dobimo b, da dobimo vektor a
- vzporedni premik ali translacija nam ohranja vektorje
- produkt vektorja s skalarjem m je vektor  $m \cdot a$ , ki je vzporeden vektorju a, ima dolžino  $m \cdot a$  in je enako usmerjen kot vektor a, ce je  $m > 0$  in nasprotno usmerjen kot a, ce je  $m < 0$
- produkt vektorja s skalarjem (lastnosti):
  1. asociativnost v skalarnem faktorju  $n(m \cdot a) = (n \cdot m)a$
  2. distributivnost v skalarnem faktorju  $(n+m)a = n \cdot a + m \cdot a$
  3. distributivnost v vektorskem faktorju  $m(a+b) = m \cdot a + m \cdot b$
- enotski vektor je vektor z dolžino 1
- vektorja a in b sta vzporedna ali kolinearna, ce lahko enega izrazimo z drugim
- vektorja a in b sta kolinearna natanko takrat, ko je b enak  $m \cdot a$ , kjer je m skalar
- naj bosta vektorja a in b dva nekolinearna vektorja v ravnini. Potem lahko vsak vektor iz te ravnine napisemo na en sam način, kot linearno kombinacijo
- linearna kombinacija vektorjev :  $c = m \cdot a + n \cdot b$
- ce sta a in b nekolinearna vektorja v ravnini, potem a in b predstavljata bazo ravnina ; a in b sta bazna vektorja in sta linearno neodvisna
- $a_1, a_2, \dots, a_n$  so linearno neodvisni vektorji, ce se vsaj eden izmed njih izraza kot linearna kombinacija od drugih
- vektorji  $a_1, a_2, \dots, a_n$  so linearno odvisni natanko takrat, kadar obstaja linearna kombinacija vektorjev  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , ki je enaka 0 in v kateri je vsaj en koeficient razlicen od 0
- dva vektorja sta linearno neodvisna natanko takrat, ko nista vzporedna. Trije vektorji so linearno odvisni natanko takrat, ko so KOMPLANARNI
- vektorji so komplanarni, ce lezijo na isti ravnini
- skalarni produkt :  $a \cdot b = |a| \cdot |b| \cdot \cos \gamma$  ( $\gamma$  je fi)
- skalarni produkt ned dvema vektorjema je stevilo, ki ga dobimo tako, da pomnozimo dolzini vektorjev s kosinusom njenega vmesnega kota
- skalarni produkt (lastnosti):
  - 1 komutativnost  $a \cdot b = b \cdot a$
  - 2 distributivnost  $(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$
  - 3  $a \cdot a = |a|^2 \cdot \cos 90^\circ = a^2$

$$4. |a| = \sqrt{a \cdot a}$$

$$4. a \text{ je pravokoten na } b \Rightarrow a \cdot b = 0$$

$$5. a(m \cdot b) = m(a \cdot b) = (m \cdot a)b$$

- kosinusni izrek nam predstavlja zvezo med stranicami in koti. Uporabljamo ga kadar poznamo:
  - a) 2 stranici in vmesni kot
  - b) 3 stranice
- kosinusni izrek:
  1.  $a^2 = b^2 + c^2 + b \cdot c \cdot \cos \alpha$
  2.  $b^2 = a^2 + c^2 + a \cdot c \cdot \cos \beta$
  3.  $c^2 = a^2 + b^2 + a \cdot b \cdot \cos \gamma$
- PRAVOKOTNOST:
- premici sta ortogonalni, kadar oklepata pravi kot
- premica p je pravokotna na ravnino  $\phi$ , kadar je pravokotna na vsaj 2 nevporedni premici ravnine  $\phi$
- lastnosti:
  - 1) 2 pravokotnici na isto ravnino sta vzporedni
  - 2) dana je ravnina  $\phi$  in točka a. obstaja natanko ena pravokotnica na ravnino  $\phi$ , ki poteka skozi točko a
  - 3) naj bo 0 točka na premici p. obstaja natanko 1 ravnina, ki vsebuje točko 0 in je pravokotna na to premico p. ta ravnina je unija vseh premic, ki spotekajo skozi točko 0 in so pravokotne na premico p, ki sta pravokotni na isto premico, sta vzporedni
- pravokotna projekcija točke, je najbližja točka ravnini
- pravokotna projekcija točke je najkrajša razdalja točke do ravnine
- pravokotna projekcija premice je premica
- pravokotni projekciji vzporednih premic sta vzporedni
- kot med premico in ravnino je kot med premico in njeno pravokotno projekcijo na to ravnino
- kot med daljico in ravnino je kot med nosilko daljice in ravnino
- kot  $\alpha$  med ravnino in premico je komplementaren kotu  $\beta$  med to premico in pravokotnico na dano ravnino
- če daljica AB oklepa kot  $\alpha$  z ravnino  $\phi$  in je daljica A'B' njena pravokotna projekcija na ravnino  $\phi$ , potem velja da je  $|A'B'| = |AB| \cdot \cos \phi$
- razdalja med točko in ravnino je razdalja med točko in njeno pravokotno projekcijo med to ravnino
- PRAVOKOTNI KOORDINATNI SISTEM V PROSTORU
- komponente vsote oz. razlike vektorjev dobimo tako, da sestevamo oz. odstejemo enakolezne komponente členov:
 
$$a + b = (a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$
- $$a - b = (a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$$
- vektor pomnozimo tako s skalarjem, da s skalarjem pomnozimo vse njegove komponente:
 
$$m \cdot (a_1, a_2, a_3) = (m \cdot a_1, m \cdot a_2, m \cdot a_3)$$
- krajevni vektor točke A v prostoru je razdalja točke od koordinatnega izhodišča in ima enake komponente kot točka A
- 
- razpolovisce:  $(\frac{a_1 + b_1}{2}, \frac{a_2 + b_2}{2}, \frac{a_3 + b_3}{2})$

- tezišce:  $(\frac{a_1 + b_1 + c_1}{3}, \frac{a_2 + b_2 + c_2}{3}, \frac{a_3 + b_3 + c_3}{3})$
- SKALARNI PRODUKT V KOORDINATNEM SISTEMU:
  - $(a_1, a_2, a_3) \cdot (b_1, b_2, b_3) = (a_1 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2, a_3 \cdot b_3)$
  - $|(a_1, a_2, a_3)| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$
  - vsakemu vektorju lahko priredimo enotski vektor, tako da dani vektor delimo z njegovo dolžino
  - VEKTORSKI PRODUKT dveh vektorjev nam da kot rezultat vektor
  - lastnosti:
    - rezultat je vektor, ki je pravokoten na dana vektorja
    - smer je definirana tako kot dolocata a in b ( ima smer desno sucnega vijaka)
    - 2 vektorja sta kolinearna (vzporedna) takrat, kadar je njun vektorski produkt enak 0
- VEKT. PRODUKT v koordinatnem sistemu

$$a \times b = \begin{vmatrix} |a_2 & a_3| & |a_3 & a_1| & |a_1 & a_2| \\ |b_2 & b_3| & |b_3 & b_1| & |b_1 & b_2| \end{vmatrix} \cdot i + \dots \cdot j + \dots \cdot k$$

- ENACBA PREMICE V PROSTORU
- $r = r_a + t \cdot (r_b - r_a)$
- $r = r_a + t \cdot v$
- $(x, y, z) = (a_1, a_2, a_3) + t \cdot (b_1 - a_1, b_2 - a_2, b_3 - a_3)$
- parametricna enacba:
  - $x = a_1 + t \cdot (b_1 - a_1)$
  - $y = a_2 + t \cdot (b_2 - a_2)$
  - $z = a_3 + t \cdot (b_3 - a_3)$
- klasicna enacba:

$$\frac{x - a_1}{v_1} = \frac{y - a_2}{v_2} = \frac{z - a_3}{v_3}$$

- 2 premici v prostoru sta vzporedni oz. pravokotni, ce sta vzporedna oz. pravokotna njuna smerna vektorja
- ENACBA RAVNINE V PROSTORU
- poljubna tocka T (x,y,z) lezi na ravnini  $\phi$  kadar zadosca enacbi  $ax + by + cz - d = 0$
- vektor, ki ima izhodišce na ravnini in je pravokoten na vsak vektor te ravnine imenujemo normalni vektor ali normala ravnine
- ravnini sta vzporedni, ko sta njuni normalni vzporedni