

LIMITA ZAPOREDJA

1. Stekališče:

⇒ ODPRT INTERVAL:

- Definicija:

Odprt interval je množica realnih števil med dvema določenima realnima številoma.

- Označimo ga z:

- (a, b)
- $\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$
- če je interval okrog izbrane točke a : $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$

- Odprti interval $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ za $\varepsilon > 0$ imenujemo ε -OKOLICA števila a

Označimo kot $O_\varepsilon(a)$

- $O_\varepsilon(a) = \{x \in \mathbb{R}; a - \varepsilon < x < a + \varepsilon\}$

- $O_\varepsilon(a) = \text{! !}$

PRIMER:

⇒ STEKALIŠČE:

Število a je stekališče zaporedja $f(n) = a_n$, če je po izbiri vsakega poljubno majhnega pozitivnega števila ε neskončno mnogo členov zaporedja v intervalu $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$.

ALI

Število a je stekališče zaporedja, če je v še tako majhni okolici števila a neskončno mnogo členov zaporedja.

PRIMER: 44/3.naloga:



2. Limita:

⇒ Definicija:

Število a imenujemo limita zaporedja (a_n) , če za vsako pozitivno število ε najdemo tak $N \in \mathbf{N}$, da za vsak indeks $n > N$ velja:

$$a_n \in O_\varepsilon(a) \quad \text{ali} \quad |a - a_n| < \varepsilon$$

- Zapis: $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ limita zaporedja a_n , ko n raste prek vsake meje, je a
- Če ima zaporedje limito, je **konvergentno**. Pravimo, da členi zaporedja (a_n) konvergirajo/težijo k limiti a
- Če zaporedje nima limite, je **divergentno**.

Število a je limita zaporedja (a_n) natanko tedaj, če so v vsaki okolici števila a skoraj vsi členi danega zaporedja.

(Zunaj jih je končno mnogo)

PRIMER: 45/7.naloga

Posledici:

- Vsaka limita je tudi stekališče, vsako stekališče pa ni nujno limita
- Če ima zaporedje več stikališč, potem gotovo nima limite. Zunaj dovolj majhne okolice enega stikališča je v tem primeru neskončno mnogo členov zaporedja, ki so v okolici drugega stekališča

PRIMER: 45/8.naloga

--	--	--	--	--

Računanje limit:

Osnovne limite:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} a = a$, limita konstante je konstanta, vsi členi zaporedja so enaki a
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$, ker so v vsaki okolici 0 skoraj vsi členi zaporedja
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = 0$, če je $0 < |a| < 1$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = \infty$, če je $a > 1$, kar pomeni: zaporedje raste čez vse meje
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = 1$, če je $a = 1$, ker je dano zaporedje konstantno
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1$ za vsak $a > 0$

Izreki:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = a + b$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = a - b$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) = a \cdot b$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)^k = a^k$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[k]{a_n} = \sqrt[k]{a}$

PRIMER: Računanje limit zaporedij:
46/ 10.naloga:

46/12.naloga: