

6. KONTROLNA NALOGA

(kvadratna funkcija, \mathbb{C})

Pišite z nalivnim presom ali kemičnim svinčnikom. Pri reševanju mora biti jasno in korektno predavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katera rešitev naj bo ocenjena. Nečitljivi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami.

Čas pisanja: 90 minut

- (6 točk) Dani sta funkciji $f(x) = x|x - 3|$ in $g(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 3x + 6)$.
 - Izračunaj presečišča grafov podanih funkcij in grafa nariši v koordinatni sistem.
 - Označi množico točk (x, y) , ki jo določa pogoj $(y \leq f(x)) \wedge (y < g(x))$.
- (5 točk) Reši enačbo $2\left(\frac{x^2-4}{x}\right)^2 - 9\left(\frac{x^2-4}{x}\right) + 10 = 0$.
- (5 točk) Vrvico dolgo 56 cm prerežemo na dva dela. Iz enega dela vrvice naredimo kvadrat, iz drugega pa pravokotnik, ki ima eno stranico trikrat daljšo od druge. Kje je treba prerezati vrv, da bo vsota ploščin tako nastalih likov najmanjša?
- (9 točk) Dana je družina funkcij $f_m(x) = (m - 1)x^2 + (m - 5)x - (m + 2)$; $m \neq 1$.
 - Določi parameter m tako, da bo $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = 2$.
 - Določi tisto funkcijo, ki ima ekstrem pri $x = 3$. Ekstrem tudi klasificiraj.
 - Določi m tako, da bo premica $x - y + 9 = 0$ mimobežnica grafa funkcije f_m .
- (5 točk) Določi definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije $k(x) = -\frac{2}{3}\sqrt{5 - x - x^2}$.
- (5 točk) Poišči kompleksno število w , ki zadošča enačbi

$$w + 2 \cdot \bar{w} = \frac{1 - 3i}{2 - 2i} + (2 - i)^3 + \overline{1 + 2i} - 3|3 + i| - 2i^{5551}$$

- (5 točk) Enačbo oblike $ax^2 + bx + a = 0$; $a \neq 0$ imenujemo *simetrična kvadratna enačba*. Dokaži, na dva načina, da sta rešitvi te enačbe obratni števili.
- (5 točk) Nariši množico vseh $z \in \mathbb{C}$ v kompleksni (*Gaussovi*) ravnini, ki ustreza pogoju
$$(z^2 - (\bar{z})^2 = 4i) \wedge (|z - 1 - i| \geq 3)$$
- (5 točk) Naj bo \mathcal{S} taka množica kompleksnih števil z , za katero velja $|z^2 + 1| = |z + i|$. Dokaži, da za vsaki števili α in β iz \mathcal{S} velja $|\alpha - \beta| \leq 3$.
- (5 dodatnih točk) Nariši graf funkcije k iz 5. naloge.