

2. KONTROLNA NALOGA

26. 11. 1999

B

- 1.) Določi x in y tako, da bo število $31x12y$ deljivo s 55.

$$\begin{array}{r} 31 \times 12 \quad y \\ 8 \quad 0 \\ 2 \quad 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} -3+1=8 \\ \textcircled{1} \quad 318120 \\ \textcircled{2} \quad 312125 \end{array} \quad \begin{array}{l} +1-2 = \\ -3 \\ -11 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3-1+\textcircled{2} = \\ -1+2-5 = \\ -2 \end{array}$$

(10) / 10

- 2.) Pokaži, da je vsota treh potenc z osnovno 2, ki imajo za eksponente tri zaporedna naravna števila, deljiva z $2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10} = 2^7(1+2+4)$

$$\begin{aligned} & 2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2} = \\ & 2^n + 2^n \cdot 2 + 2^n \cdot 2^2 = \\ & 2^n(1+2+4) \end{aligned}$$

(10) / 10

3.) Poisci najmanjši skupni veckratnik $\text{lcm}(x^3 - 2x^2 - x + 2, x^3 - 2x^2 + x, x^5 - x^3)$

$$\begin{aligned} & x^3 - 2x^2 - x + 2 = x^3 - 2x^2 + x = x^5 - x^3 = \\ & = x^2(x-2) - (x-2) = = x(x^2 - 2x + 1) = = x^2(x^3 - 1) = \\ & = (x-2)(x^2 - 1) = = x(x-1)^2 = x^2(x-1)(x^2 + x + 1) \\ & = (x-2)(x-1)(x+1) \end{aligned}$$

(15) / 6

- 4.) Dokaži, da dobimo sodo število, če kvadratu lihega števila prištejemo 1.

$$\begin{aligned} & (2n-1)^2 + 1 = \text{sodo št. je } 2n \\ & = 4n^2 - 4n + 1 + 1 = \text{imamo } 2 \cdot (2n^2 - 2n + 1) \text{ in je sodo število.} \\ & = 4n^2 - 4n + 2 = \text{(2) } 2(n^2 - 2n + 1) \end{aligned}$$

(10) / 10

- 5.) Med 33 učenci v razredu jih ima 14 psa, 13 mačko, 9 hrčka, 3 imajo mačko in hrčka, 2 hrčka in psa, 5 mačko in psa, eden ima vse tri živali. Koliko jih ima mačko ali psa in ne hrčka? Na listu

(10)

/ 10

- 6.) Določi najšibkejšo množico X (množico z najmanjšim možnim številom elementov), ki ustreza pogoju $CX - \{1,2\} = \{6,7,8\}$ (CX je komplement množice X), pri čemer je univerzalna množica U enaka: $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

$$U = \{3,4,5\}$$

(10) / 10

7.)

$$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$X = \left\{ x; x \in U \text{ in } \frac{x+2}{3} \in U \right\}$$

$$Y = \left\{ x; x \in U \text{ in } \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{5} \right) \in U \right\}$$

Določi množice:

$$X = \{1, 4, 7, 10\}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{3}{5} =$$

$$Y = \{0, 10\}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} =$$

$$X \cap Y = \{10\}$$

$$\frac{15+0}{10} =$$

$$X - Y = \{1, 4, 7\}$$

$$1 + \frac{2}{5} =$$

$$CX = \{0, 2, 3, 5, 6, 8, 9\}$$

$$2 + \frac{3}{5} =$$

$$Y \times X = \{(0,1), (0,4), (0,7), (0,10), (10,1), (10,4), (10,7), (10,10)\}$$

$$PY = \{\{1\}, \{0\}, \{10\}, \{0, 10\}\}$$

(PY je potenčna množica množice Y)

(20)

(20)

8.) Dani sta množici $X = \{1, 2\}$, $Y = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, 1, 2\}$ ter izjave:

izjava A: $X \in Y$ P

izjava B: $X \subset Y$ P

izjava C: $X \cap Y \neq \emptyset$ P

Določi pravilnost teh treh izjav in pravilnost sestavljene izjave

$(A \Rightarrow \neg B) \Leftrightarrow ((A \vee C) \wedge (\neg C))$, pri čemer so A, B in C dane izjave.

~~N~~ N ~~N~~ ~~N~~ ~~N~~ ~~N~~ / 15 (15)

Dodatna naloga:

Na nekem otoku živijo vitezi in oprode. Vitezi vedno govorijo resnico, oprode lažejo. Ob popisu prebivalstva je na otok prišel McGregor z nalogo, da popiše vse zakonske pare. Poglejmo, kakšne odgovore je dobil, ko je spraševal može, ki so odprli hišna vrata, kakšne vrste sta zakonca:

V 1. hiši: Oba sva oprodi.

V 2. hiši: Vsaj eden od naju je oproda.

V 3. hiši: Če sem jaz vitez, je vitez tudi moja žena.

V 4. hiši: Moja žena in jaz sva istega tipa: ali sva obo viteza ali pa oprodi.

Kdo živi v 1., 2., 3. in 4. hiši? Morda ti bodo pravilnostne tabele v pomoč pri reševanju naloge.