

POLINOMI IN RACIONALNE FUNKCIJE

1. Polinom $p(x) = 2x^3 - 9x^2 + 10x + 42$ ima eno ničlo $3 + i\sqrt{5}$. Poišči preostale ničle.

$$[x_2 = 3 - i\sqrt{5}, x_3 = -\frac{3}{2}]$$

2. Določi definicijsko območje, zalogo vrednosti in nariši graf funkcije $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$.

$$[D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}, Z_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}]$$

3. Določi definicijsko območje in dokaži, da je funkcija $f(x) = \ln \frac{x+2}{x-2}$ liha.

$$[D_f = (-\infty, -2) \cup (2, \infty)]$$

4. Določi a in b tako, da bo 1 dvojna ničla polinoma $p(x) = ax^3 + bx^2 - 3x + 2$ in določi še preostale ničle.

$$[a = 1, b = 0, x = -2]$$

5. Reši enačbe :

a.) $\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+2} = \frac{6}{x^2 + x - 2}$; [ni rešitve]

b.) $x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$; $\left[x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i, x_{3,4} = \pm i \right]$

c.) $\sin^3 x - \sin^2 x = \sin x - 1$; $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi ; k \in \mathbb{Z} \right]$

d.) $\log^3 x - 3 \log^2 x + 2 \log x = 0$; [1,10 ,100]

6. Dan je polinom $p(x) = x^3 + ax^2 - 2x + b$

a.) Za a = -3 in b = 6 določi vse ničle polinoma. [3, $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$]

b.) Določi a in b tako, da bo polinom p(x) deljiv s polinomom $x + 1$, ostanek pri deljenju z $x - 2$ pa bo enak 15. [a = 4, b = -5]

c.) Določi a in b tako, da bo 1-3i ničla polinoma p(x) in poišči še ostale ničle. [a = 4, b = 60, $x_3 = -6, x_2 = 1 + 3i$]

7. Poišči vse ničle polinoma $p(x) = x^5 - 6x^3 + 6x^2 - 7x + 6$. [1,2,-3,±i]

8. Reši neenačbe :

a.) $\frac{x^2 - x - 1}{x + 2} \leq 1$; $[x \in (-\infty, -2) \cup [-1, 3]]$

b.) $\frac{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} > 0$; $[x \in (-\infty, -2) \cup (-1, 2) \cup (2, \infty)]$

c.) $\frac{x^3 - 3x^2}{x^4 - 5x^2 + 4} \geq 0$; $[x \in (-2, -1) \cup (1, 2) \cup [3, \infty) \cup \{0\}]$

10. Določi polinom tretje stopnje z realnimi koeficienti, če sta dve njegovi ničli -1 in $2i$, graf polinoma pa seka ordinatno os v točki $P(0,2)$. $[\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2]$

11. Dokaži, da je polinom $p(x) = x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 6x + 9$ kvadrat nekega polinoma.

12. Nariši graf funkcije $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 2x + 1}$. Določi presečišče grafa s premico $y = 6$.

$$[T_1\left(\frac{5}{3}, 6\right), T_2\left(\frac{1}{2}, 6\right)]$$

13. Ali je 3 v zalogi vrednosti realne funkcije realne spremenljivke

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 7}{2 - x^2} \quad ? \text{ Odgovor utemelji!} \quad [\text{ne}]$$

14. Določi ostanek pri deljenju polinoma $x^{27} - 2x^{13} + 4$ s polinomom $x + 1$. $[5]$

15. Če polinom $p(x) = x^4 + ax^3 + bx + 2$ deliš s polinomom $q(x) = x^2 + x - 1$ dobiš ostanek $r(x) = 3x + 1$. Določi koeficienta a in b ter kvocient.

$$[a = 3, b = 0, k(x) = x^2 + 2x - 1]$$

15. Dan je polinom $p(x) = x^5 - 4x^2 + 2x$.
- Izpiši koeficiente in stopnjo za $p(x)$.
 - Izračunaj: $(3x + 2)^2 - p(x) =$
 - Deli polinom $p(x)$ s polinomom $q(x) = x^2 + 1$, zapiši količnik in ostanek po deljenju.
16. Razstavi polinom na linearne faktorje in izpiši vse ničle:
- $p(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2$
 - $q(x) = x^3 - 5x^2 - x + 5$
17. Dan je polinom $p(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 2$.
- S Hornerjevim algoritmom deli polinom $p(x)$ s polinomom $q(x) = x + 3$. Zapiši količnik $k(x)$ in ostanek $r(x)$.
 - Določi vrednost polinoma v točki $c = -3$.
18. Pokaži, da je število $x_1 = -1$ dvakratna ničla polinoma $p(x) = 3x^3 + 5x^2 + x - 1$. Uporabi Hornerjev algoritem. Polinom razstavi in izpiši še tretjo ničlo.
19. Zapiši polinom tretje stopnje, ki ima ničle (-2) , dvakratno ničlo 4 in v točki 2 vrednost 8 .
6. Zapiši racionalne ničle polinoma $p(x) = 2x^3 + 5x^2 - x - 6$. Polinom razstavi na linearne faktorje (zapiši v razstavljeni obliki).
7. Dan je polinom $p(x) = 2x^3 - 5x^2 - 2x + 5$.
- S Hornerjevim algoritmom pokažite, da je število (-1) ničla tega polinoma.
 - Razstavite polinom na linearne faktorje, izpišite vse ničle in njihove večkratnosti.
 - Načrtajte graf polinoma!
8. Zapišite polinom tretje stopnje, ki ima eno ničlo v (-2) in dvojno ničlo v 3 . Graf polinoma poteka skozi točko $A(0, 6)$. Skicirajte graf!
9. Dana sta polinoma $q(x) = x^3 - x - 4$ in $p(x) = -2x^5 + x^3 - 3$.
- Izpišite koeficiente polinoma $p(x)$.
 - Delite polinom $p(x)$ s polinomom $q(x)$. Zapišite količnik in ostanek po deljenju.
 - Izračunajte: $(p(x) - 2x^2 - 3) - 2q(x) =$

10. Zapiši vse ničle polinoma $p(x) = x(x - 3)^2(2x + 4)(x + 1/3)^2$.
11. Dan je polinom $p(x) = 2x^3 - 5x$.
- Izpiši koeficiente in stopnjo za $p(x)$.
 - Ali je število (-5) ničla tega polinoma?
Dodatno: Pokaži tudi s Hornerjevim algoritmom.
 - Deli polinom $p(x)$ s polinomom $q(x) = x^2 - 2$, zapiši količnik in ostanek po deljenju.
12. Razstavi polinom na linearne faktorje in izpiši vse ničle:
- $p(x) = x^2 - 10x + 9$
 - $q(x) = 3x^3 - 2x^2 - 3x + 2$
13. S Hornerjevim algoritmom določi vrednost polinoma $p(x) = 3x^3 - x^2 + 6x - 1$ v točki $c = 2$.
- Zapiši: delitelj $q(x)$, količnik $k(x)$ in ostanek $r(x)$.
Zapiši $p(x)$ z izrekom o deljenju.
14. Pokaži, da sta števili $x_1 = 3/2$ in $x_2 = -2$ ničli polinoma $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x + 12$.
Polinom razstavi in izpiši še ostale ničle.
(Lahko si pomagaš s Hornerjevim algoritmom.)
15. Zapiši vse ničle polinoma $p(x) = x(x - 3)^2(2x + 4)(x + 1/3)^2$.
16. Dan je polinom $p(x) = 2x^3 - 5x$.
- Izpiši koeficiente in stopnjo za $p(x)$.
 - Ali je število (-5) ničla tega polinoma?
Dodatno: Pokaži tudi s Hornerjevim algoritmom.
 - Deli polinom $p(x)$ s polinomom $q(x) = x^2 - 2$, zapiši količnik in ostanek po deljenju.
17. Razstavi polinom na linearne faktorje in izpiši vse ničle:
- $p(x) = x^2 - 10x + 9$
 - $q(x) = 3x^3 - 2x^2 - 3x + 2$
18. S Hornerjevim algoritmom določi vrednost polinoma $p(x) = 3x^3 - x^2 + 6x - 1$ v točki $c = 2$.
- Zapiši: delitelj $q(x)$, količnik $k(x)$ in ostanek $r(x)$.
Zapiši $p(x)$ z izrekom o deljenju.

19. Pokaži, da sta števili $x_1 = 3/2$ in $x_2 = -2$ ničli polinoma $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x + 12$.
Polinom razstavi in izpiši še ostale ničle.
(Lahko si pomagaš s Hornerjevim algoritmom.)
20. Zapiši polinom tretje stopnje, ki ima eno ničlo v 1 in dvojno ničlo v (-2). Graf polinoma poteka skozi točko A(-1, 4).
Skiciraj in izpiši vse koeficiente polinoma!
21. Dan je polinom $p(x) = 3x^3 - 2x^2 - 3x + 2$. Razstavi polinom na linearne faktorje, izpiši vse ničle in njihove večkratnosti.
Načrtaj graf polinoma!
22. Reši neenačbo $-x^4 + 16x^2 > 0$.
23. Določi presečišča polinoma $p(x) = x^3 + 5x^2 + 3x - 9$ in kvadratne funkcije $f(x) = x^2 + 2x - 3$. Skiciraj!
24. Zapiši polinom tretje stopnje, ki ima eno ničlo v $(-1/2)$ in dvojno ničlo v 2. Graf polinoma seka ordinatno os pri $y = -8$.
Skiciraj!
25. Dan je polinom $p(x) = x^4 - 11x^2 + 18$.
a) Razstavi polinom na linearne faktorje, izpiši vse ničle in njihove večkratnosti.
b) Za katere vrednosti x velja: $p(x) > 0$?
26. Reši enačbo $4x^4 = 5x^2 - 1$.
27. Dan je polinom $p(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 8$ in kvadratna funkcija $f(x) = x^2 - 4$.
a) Načrtaj graf polinoma.
b) V isti koordinatni sistem načrtaj graf kvadratne funkcije.
c) Določi presečišča grafov kvadratne funkcije in polinoma.



POLINOMI IN RACIONALNE FUNKCIJE

1. Polinom $p(x) = 2x^3 - 9x^2 + 10x + 42$ ima eno ničlo $3-2i$. Poišči preostale ničle.
2. Določi definicijsko območje, zalogo vrednosti in nariši graf funkcije $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$.
3. Določi definicijsko območje in dokaži, da je funkcija $f(x) = \ln \frac{x+2}{x-2}$ liha.
4. Določi a in b tako, da bo 1 dvojna ničla polinoma $p(x) = ax^3 + bx^2 - 3x + 2$ in določi še preostale ničle.

5. Reši enačbe :

$$a.) \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+2} = \frac{6}{x^2 + x - 2}$$

$$b.) x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$$

$$c.) \sin^3 x - \sin^2 x = \sin x - 1$$

$$d.) \log^3 x - 3 \log^2 x + 2 \log x = 0$$

6. Dan je polinom $p(x) = x^3 + ax^2 - 2x + b$

a.) Za $a = -3$ in $b = 6$ določi vse ničle polinoma.

b.) Določi a in b tako, da bo polinom $p(x)$ deljiv s polinomom $x + 1$, ostanek pri deljenju z $x - 2$ pa bo enak 15 .

c.) Določi a in b tako, da bo $1-3i$ ničla polinoma $p(x)$ in poišči še ostale ničle.

7. Poišči vse ničle polinoma $p(x) = x^5 - 6x^3 + 6x^2 - 7x + 6$.

8. Reši neenačbe :

$$a.) \frac{x^2 - x - 1}{x + 2} \leq 1$$

$$b.) \frac{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} > 0$$

$$c.) \frac{x^3 - 3x^2}{x^4 - 5x^2 + 4} \geq 0$$

9. Nariši grafe funkcij :

$$a.) f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^2 - x}$$

$$b.) p(x) = x^4 - 3x^2 - 4$$

$$c.) p(x) = x^3 - x^2 - x + 1$$

10. Določi polinom tretje stopnje z realnimi koeficienti, če sta dve njegovi ničli -1 in $2i$,

graf polinoma pa seka ordinatno os v točki P(0,2).

11. Dokaži, da je polinom $p(x) = x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 6x + 9$ kvadrat nekega polinoma.

12. Nariši graf funkcije $f(x) = \frac{x+1}{x^2-2x+1}$. Določi presečišče grafa s premico $y = 6$.

13. Ali je 3 v zalogi vrednosti realne funkcije realne spremenljivke

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 7}{2 - x^2}$$

Odgovor utemelji!

14. Določi ostanek pri deljenju polinoma $x^{27} - 2x^{13} + 4$ s polinomom $x + 1$.

15. Če polinom $p(x) = x^4 + ax^3 + bx + 2$ deliš s polinomom $q(x) = x^2 + x - 1$ dobiš ostanek $r(x) = 3x + 1$. Določi koeficienta a in b ter kvocient.

REŠITVE:

1.) $x_2 = 3 + 2i, x_3 = -\frac{3}{2}$

2.) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}, Z_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

3.) $D_f = (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

4.) $a = 1, b = 0, x = -2$

5. a) ni

b) $x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i, x_{3,4} = \pm i$

d) 1, 10, 100

6. a) 3, $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$

b) $a = 4, b = -5$

c) $a = 4, b = 60, x_3 = -6, x_2 = 1 + 3i$

7.) 1, 2, -3, $\pm i$

8. a) $x \in (-\infty, -2) \cup [-1, 3]$

b) $x \in (-\infty, -2) \cup (-1, 2) \cup (2, \infty)$

c) $x \in (-2, -1) \cup (1, 2) \cup [3, \infty) \cup \{0\}$

10.) $\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$

12.) $T_1\left(\frac{5}{3}, 6\right), T_2\left(\frac{1}{2}, 6\right)$

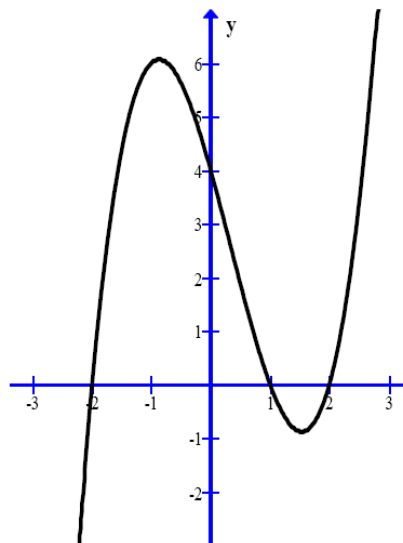
13.) ne

14.) 5

15.) $a = 3, b = 0, k(x) = x^2 + 2x - 1$

POLINOMI IN RACIONALNE FUNKCIJE

1. Razcepi polinom $p(x) = x^4 - 4x^3 + 14x^2 - 20x + 25$ na linearne faktorje in poišči še ostale ničle, če ima eno ničlo $x = 1 - 2i$.
2. Določi realno število a , da bo polinom $p(x) = ax^3 - x^2 - 5x - 2$ po deljenju s polinomom $q(x) = x + 1$ dal ostanek 6.
3. Zapiši enačbo polinoma 3. stopnje, katerega graf je na sliki.

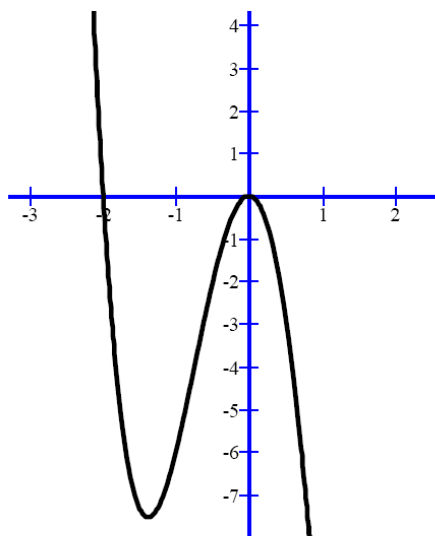


4. 4. Nariši graf funkcije $f(x) = p(x) = x^4 - 3x^3 - 10x^2$. Rešitev preveri s programom GRAPH.
5. 5. Določi števili a in b , da bo polinom $p(x) = 4x^4 + ax^3 + bx^2 - 6x + 3$ imel v 1 dvakratno ničlo. Nato poišči še ostale ničle.
6. Reši enačbe : a) $x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = 0$, b) $x^3 + 2x^2 - 13x + 10 = 0$.
7. Določi realni števili a in b , da bo imel polinom $p(x) = x^5 - 3x^4 - 8x^3 + bx^2 + ax$ ničli $x = 5$ in $x = -2$. Poišči še ostale ničle polinoma.
8. Zapiši polinom pete stopnje, ki ima v 0 dvojno ničlo, pri 3 ničlo prve stopnje in kompleksno ničlo -2 pri 2 pa ima polinom vrednost 48.
9. Zapiši ničle, pole, enačbe vseh asimptot in nariši graf funkcije $f(x) = \frac{x}{x^2-9}$.
10. Zapiši ničle, pole, enačbe vseh asimptot in nariši graf funkcije $f(x) = \frac{2x^2-3x}{x-2}$.
11. Zapiši ničle, pole, enačbe vseh asimptot in nariši graf funkcije $f(x) = \frac{4-x^2}{x^2-2x+1}$.
12. Reši neenačbo $\frac{x^3+3x+4}{x^2-4} < \frac{2}{x-2}$.
13. Reši enačbo a) $\frac{3}{15-x} - \frac{8}{x+3} = \frac{x-9}{x^2-12x-45}$, b) $\frac{3x}{x^2-7x+6} - \frac{x}{2x-2} + \frac{x-5}{x-6} = 0$.

REŠITVE:

1. $p(x) = (x - 1 - 2i)^2(x - 1 + 2i)^2$; $x_{1,2} = 1 + 2i$, $x_{3,4} = 1 - 2i$; 2. $a = -4$; 3. $p(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

4.



5. $a = -8$, $b = 7$, $x_{3,4} = \pm \frac{i\sqrt{3}}{2}$

6. a) $x_1 = -1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 5$
 b) $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = -5$

7. $a = -20$, $b = -6$, $x_3 = 0$, $x_{4,5} = \pm i\sqrt{2}$

8. $p(x) = -\frac{3}{2}x^5 + \frac{9}{2}x^4 - 6x^3 + 18x^2$

9. $x = 0$; $x = \pm 3$, asimptote $x = \pm 3$, $y = 0$.
 Graf nariši s programom GRAPH.

10. $x = 0$, $x = 3/2$; $x = 2$; Asimptota $y = 2x + 1$, $x = 2$.
 Pomagaj si s programom Graph.

11. $x = \pm 2$; $x_{1,2} = 1$ (sode st.); asimptote $x = 1$,
 $y = -1$.

12. $(x < -2) \vee (0 < x < 2)$, 13. a) $x = 10$, b) $x_{1,2} = \pm i\sqrt{10}$

Racionalne funkcije - Vaje

1. Določi x , za katere funkcija ni definirana.

(a) $f(x) = \frac{2}{x-7}$

Rešitev: $x = 7$

(b) $f(x) = \frac{x+3}{x^2-5x+4}$

Rešitev: $x = 4, x = 1$

(c) $f(x) = \frac{3x}{x^2+2}$

Rešitev: takega x ni

(d) $f(x) = \frac{11x}{x^4-1}$

Rešitev:

$$x = 1, x = -1, x = i, x = -i$$

2. Določi pole in stopnje polov naslednjim funkcijam:

(a) $f(x) = \frac{4}{x}$

Rešitev: $x_p = 0$, pol 1. stopnje

(b) $f(x) = -\frac{2}{x^2}$

Rešitev: $x_p = 0$, pol 2. stopnje

(c) $f(x) = \frac{1-x}{x^2+2x+1}$

Rešitev: $x_p = -1$, pol 2. stopnje

(d) $f(x) = \frac{2x^2+x}{(x-1)(x-2)(x-3)}$

Rešitev: $x_p = 1, x_p = 2, x_p = 3$, vsi so 1. stopnje

(e) $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-4}$

Rešitev: $x_p = 2, x_p = -2$, oba 1. stopnje

(f) $f(x) = \frac{x+3}{(x^2-1)^2}$

Rešitev: $x_p = 1, x_p = -1$, oba 2. stopnje

(g) V katerih polih racionalna funkcija spremeni predznak?

3. Določi ničle in stopnje ničel naslednjim racionalnim funkcijam:

(a) $f(x) = \frac{1}{x}$

Rešitev: $x_o = 0$, ničla 1. stopnje

(b) $f(x) = -\frac{x+3}{x-3}$

Rešitev: $x_o = 3$, ničla 1. stopnje

(c) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$

Rešitev: $x_o = -1$, ničla 1. stopnje

(d) $f(x) = -\frac{2x}{x^2-1}$

Rešitev: $x_o = 0$, ničla 1. stopnje

(e) $f(x) = \frac{(x-1)^2x}{(x+1)^3}$

Rešitev: $x_o = 0$, ničla

1. stopnje, $x_o = 1$, ničla 2. stopnje

(f) $f(x) = \frac{(x+3)^2}{(x^2-1)^2}$

Rešitev: $x_o = -3$, ničla 2. stopnje

(g) V katerih ničlah racionalna funkcija spremeni predznak?

4. Reši neenačbe:

(a) $\frac{x}{x+3} \geq 0$

Rešitev: $x < -3, x > 0$

(b) $\frac{x}{(x-1)^3} < 0$

Rešitev: $0 < x < 1$

(c) $\frac{x^2+x+1}{(x^2+1)^2} \leq 0$

Rešitev: $\{\}$

(d) $\frac{x+1}{(x-3)^3} > 0$

Rešitev: $x < -1, x > 3$

(e) $\frac{(x+2)(x+3)}{x+4} > 0$

Rešitev: $-4 < x < -3, x > -2$

(f) $\frac{x^2+4x-5}{(x^2-3x+15)} > 0$

Rešitev:

5. Izračunaj:

(a) $\frac{x}{2x-6} - \frac{3}{2x+6}$

Rešitev: $\frac{x^2+9}{2(x^2-9)}$

(b) $\frac{1}{x-1} + \frac{x+1}{x-x^2} + \frac{x-2}{2x}$

Rešitev: $\frac{x^2+9}{2(x^2-9)}$

(c) $\frac{1}{4+2x} + \frac{1}{2x} - \frac{1}{2x+x^2}$

Rešitev: $\frac{1}{2+x}$

(d) $\frac{1}{x^2-4} + \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x-2)^2}$

Rešitev: $\frac{3x^2+4}{(x^2-4)^2}$

6. Reši racionalne enačbe:

(a) $\frac{3}{2x+2} - \frac{5}{2} = \frac{5}{x+1}$

Rešitev: $x = -\frac{12}{5}$

(b) $\frac{7}{2x^2-x} + \frac{2}{4x^2-1} = \frac{1}{2x^2+x}$

Rešitev: $-\frac{7}{4}$

(c) $\frac{3x}{x^2-7x+6} - \frac{x}{2x-2} + \frac{x-5}{x-6} = 0$

Rešitev: $x = \pm i\sqrt{10}$

(d) $\frac{-3}{x-15} - \frac{8}{x+3} = \frac{x-9}{x^2-12x-45}$

Rešitev: $x = 10$

Graf racionalne funkcije - 1. del

Naloga 1. Zapiši točke, v katerih graf racionalne funkcije seka abscisno os.

a) $f(x) = \frac{2x - 5}{x^2 + 8}$

b) $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 5}$

c) $f(x) = \frac{x^3 - 27}{x^2 - 7x + 10}$

d) $f(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{-7x + 10}$

e) $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{5x^2 - 7x + 10}$

Naloga 2. Danim funkcijam določi ničle in pole ter presečišče grafa z ordinatno osjo. Ničlam in polom določi še stopnjo.

a) $f(x) = \frac{2}{x^3 + 8}$

b) $f(x) = \frac{4 - x}{x + 5}$

c) $f(x) = \frac{x + 4}{x^2 - 7x + 10}$

d) $f(x) = \frac{3x + 2}{-7x + 10}$

e) $f(x) = \frac{x^2}{5x^2 - 7x + 10}$

f) $f(x) = \frac{x^3 + 8}{x^2 - 2x}$

g) $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 5}$

Rešitve:

Naloga 1.

- a) Ker je ničla $x = \frac{5}{2}$ 1. stopnje, graf seka abscisno os v točki $T(\frac{5}{2}, 0)$.
- b) Ker je ničla $x_{1,2} = -2$ 2. stopnje, graf ne seka abscisne osi.
- c) Ker je ničla $x = 3$ 1. stopnje, graf seka abscisno os v točki $T(3, 0)$.
- d) Ker so ničle $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$ 1. stopnje, graf seka abscisno os v točkah $T_1(1, 0), T_2(2, 0)$ in $T_3(3, 0)$.
- e) Ker je ena ničla $x_1 = -1$ 1. stopnje, graf seka abscisno os v točki $T(-1, 0)$. Ostali dve ničli $x_{2,3} = 2$ sta 2. stopnje, zato tam graf ne seka abscisne osi.

Naloga 2.

- a) Ničel ni. Pol $x = -2$ je 1. stopnje. Presečišče z ordinatno osjo je točka $A(0, \frac{1}{4})$.
- b) Ničla $x = 4$ je 1. stopnje. Pol $x = -5$ je 1. stopnje. Presečišče z ordinatno osjo je točka $A(0, \frac{4}{5})$.
- c) Ničla $x = -4$ je 1. stopnje. Pola $x_1 = 5$ in $x_2 = 2$ sta 1. stopnje. Presečišče z ordinatno osjo je točka $A(0, \frac{2}{5})$.
- d) Ničla $x = -\frac{2}{3}$ je 1. stopnje. Pol $x = \frac{10}{7}$ je 1. stopnje. Presečišče z ordinatno osjo je točka $A(0, \frac{1}{5})$.
- e) Ničla $x_{1,2} = 0$ je 2. stopnje. Polov ni. Presečišče z ordinatno osjo je točka $A(0, 0)$.
- f) Ničla $x = -2$ je 1. stopnje. Pola $x_1 = 0$ in $x_2 = 2$ sta 1. stopnje. Funkcija ne seka ordinatne osi.
- g) Ničli $x_1 = -2$ in $x_2 = 1$ sta 1. stopnje. Pol $x = -5$ je 1. stopnje. Presečišče z ordinatno osjo je točka $A(0, -\frac{2}{5})$.

Graf racionalne funkcije - 2. del

Naloga 1. Zapiši enačbe vodoravnih asimptot racionalnih funkcij.

a) $f(x) = \frac{2}{x^3 + 2}$

b) $f(x) = \frac{4 - x}{x + 5}$

c) $f(x) = \frac{x + 4}{x^2 - 7x + 10}$

d) $f(x) = \frac{3x + 2}{-7x + 10}$

e) $f(x) = \frac{x^2}{5x^2 - 7x + 10}$

Naloga 2. Zapiši presečišče grafa racionalne funkcije in njene poševne asimptote.

a) $f(x) = \frac{x^3 + 8}{x^2 - 2x}$

b) $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 5}$

c) $f(x) = \frac{x^3 + 4}{x^2 - 7x + 10}$

Naloga 3. Danim racionalnim funkcijam določi ničle, pole, asimptoto, presečišče z ordinatno osjo in nariši graf.

a) $f(x) = \frac{x + 3}{x - 2}$

b) $f(x) = \frac{x + 4}{x^2 - 7x + 10}$

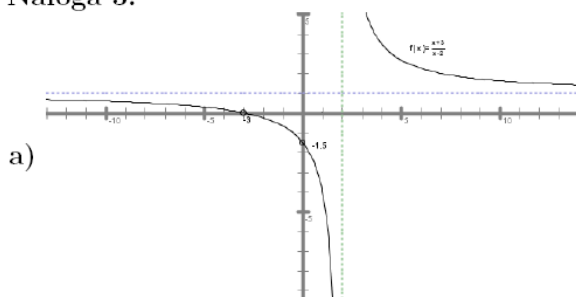
c) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 3x - 4}$

Rešitve:

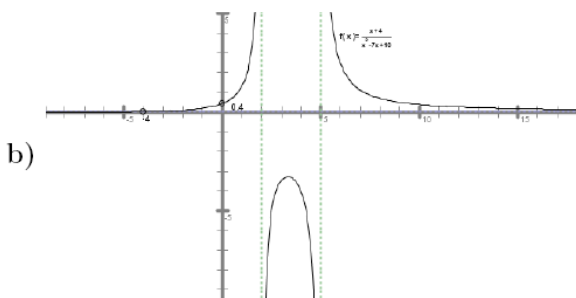
Naloga 1. a) $y = 0$ b) $y = -1$ c) $y = 0$ d) $y = -\frac{3}{7}$ e) $y = \frac{1}{5}$

Naloga 2. a) Asimptota $y = x + 2$. Presečišče $T(-2, 0)$. b) Asimptota $y = x - 4$.
Presečišča ni. c) Asimptota $y = x + 7$. Presečišče $T(\frac{22}{13}, \frac{113}{13})$.

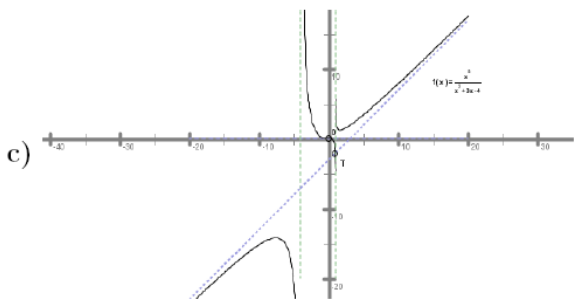
Naloga 3.



Ničla $x = -3$, pol $x = 2$, asimptota $y = 1$, $A(0, -\frac{3}{2})$.



Ničla $x = -4$, pola $x_1 = 2$, $x_2 = 5$, asimptota $y = 0$, $A(0, \frac{2}{5})$.



Ničla $x = 0$, pola $x_1 = 1$, $x_2 = -4$, asimptota $y = x - 3$, presečišče z asimptoto $T(\frac{12}{13}, -\frac{27}{13})$,
 $A(0, 0)$.