

VAJE - KOTNE FUNKCIJE (tretji letnik)

1. Poenostavite

$$(a) \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha - \sin^2 \alpha} \quad \left[\frac{2}{\cos \alpha} \right]$$

$$(b) \frac{\cos 2\alpha \sin 2\alpha}{\cos \alpha \sin \alpha} + 4 \sin^2 \alpha \quad [2]$$

$$(c) \frac{\sin \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha}{2 + \cos \alpha - 2 \sin^2 \alpha}, \quad [\tan \alpha]$$

$$(d) \frac{1 + \tan^2 x}{(\cos x)^{-1}} - (1 - \sin^2 x) \tan x (\sin x)^{-1} \quad \left[\frac{\sin^2 x}{\cos x} \right]$$

$$(e) \frac{\sin 2x}{2(\sin x - \sin^3 x)} - (\cos x)^{-1} (\cos 2x + 2 \sin^2 x) \quad \left[\frac{\sin^2 x}{\cos x} \right]$$

2. Izračunajte natančno:

$$(a) \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right), \text{ če je } \tan x = -\frac{\sqrt{5}}{2} \text{ in } \frac{\pi}{2} < x < \pi \quad \left[\frac{\sqrt{10} + 2\sqrt{2}}{6} \right]$$

$$(b) \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right), \text{ če je } \sin x = \frac{\sqrt{21}}{7} \text{ in } \frac{\pi}{2} < x < \pi \quad \left[\frac{\sqrt{3}}{5} \right]$$

$$(c) \cos 2x, \sin \frac{x}{2}, \sin(x + 45^\circ), \text{ če je } \sin \alpha = \frac{4}{5} \text{ in } \frac{\pi}{2} < x < \pi \quad \left[-\frac{7}{25}, \frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{2}}{10} \right]$$

3. Narišite grafe funkcij:

$$(a) f(x) = -2 \cos x$$

$$(b) f(x) = 2 \sin \frac{x}{2} + 1$$

$$(c) f(x) = 2 \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$(d) f(x) = \cos x - 2$$

$$(e) f(x) = \frac{1}{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$$

$$(f) f(x) = |3 \cos 2x|$$

$$(g) f(x) = 3 \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$(h) f(x) = -\tan x$$

4. Dana je funkcija: $f(x) = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

(a) Izračunajte ničle!

(b) Določite definicijsko območje!

5. Dana je funkcija: $f(x) = 3 \cot\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$

Izračunajte ničle in določite definicijsko območje!

6. Izračunajte natančno!

(a) $\sin \frac{3\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} + \cos \frac{3\pi}{8} \sin \frac{\pi}{8}$ [$\sin \frac{\pi}{2} = 1$]

(b) $\cos 17^\circ \sin 77^\circ - \sin 17^\circ \cos 77^\circ$ [$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$]

(c) $\sin 22^\circ - \sin 50^\circ \cos 28^\circ + \cos 50^\circ \sin 28^\circ$ [0]

7. Izračunajte natančno:

(a) $\frac{\sin 20^\circ}{\cos 70^\circ} + \sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ$ [2]

(b) $\frac{\cos 1100^\circ - \sin 650^\circ}{\cos(-520^\circ)}$ [-2]

8. Izračunajte natančno (faktorizirajte):

(a) $\sin 105^\circ - \sin 75^\circ$ [0]

(b) $\sin 75^\circ + \cos 75^\circ$ [$\frac{\sqrt{6}}{2}$]

(c) $\sin \frac{5\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}$ [$\frac{\sqrt{6}}{2}$]

9. Preoblikujte v produkt kotnih funkcij:

(a) $\cos x + 1$ [$2 \cos^2 \frac{x}{2}$]

(b) $2 \cos \alpha - \sqrt{3}$ [$-4 \sin\left(\frac{\alpha}{2} + 15^\circ\right) \sin\left(\frac{\alpha}{2} - 15^\circ\right)$]

(c) $\sin 2\alpha + 2 \cos \alpha$ [$4 \cos \alpha \cos^2\left(\frac{\alpha}{2} - 45^\circ\right)$]

10. (*) Preoblikujte v produkt izraz $2 - 4 \cos^2 \alpha$ [$-2 \cos 2\alpha$]

11. Okrajšajte ulomek:

$$\frac{\sqrt{3} - 2\sqrt{\alpha}}{2 \sin \alpha + 1}$$

$$[\tan\left(\frac{\alpha}{2} - 15^\circ\right)]$$

12. Preoblikujte v vsoto ali razliko kotnih funkcij

(a) $2 \cos 6x \sin 2x$ [$\sin 8x - \sin 4x$]

(b) $2 \cos 5x \cos 2x$ $[\cos 3x + \cos 7x]$

13. Dan je izraz

$$\frac{1}{\cos \alpha - \sin \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha + \sin \alpha}$$

(a) Poenostavite izraz! $[\frac{2 \cos \alpha}{\cos^2 \alpha}]$

(b) Izračunajte njegovo vrednost pri $\alpha = \frac{\pi}{3}$ $[-2]$

(c) Izračunajte njegovo vrednost za ostri kot, če je $\sin \alpha = \frac{5}{13}$
 $[\frac{312}{119}]$

14. Dana je funkcija $f(x) = -2 \sin(2x + \pi) + 1$

(a) Izračunajte osnovno periodo, D_f in Z_f ! $[\pi, D_f = \mathbb{R},$
 $Z_f = [-1, 3]]$

(b) Narišite graf!

(c) Izračunajte ničle! $[x_1 = -\frac{5\pi}{12} + k\pi, x_2 = -\frac{\pi}{12} + k\pi]$

(d) Za katere vrednosti spremenljivke x ima ta funkcija vrednost 2.
 $[x_1 = -\frac{7\pi}{12} + k\pi, x_2 = \frac{5\pi}{12} + k\pi]$