

VERJETNOST

- Odbor ima 25 članov, med njimi so 4 fiziki. Sestavijo 3 člansko komisijo. Koliko so verjetnosti dogodkov:
 - A - v komisiji ni fizikov
 - B - v komisiji sta vsaj dva fizika
 - C - Z besedami opiši negacijo dogodka B in izračunaj njeno verjetnost.
- V razredu je 30 dijakov. 18 jih obiskuje biološki krožek, 12 matematičnega in 5 dijakov oba krožka. Koliko je verjetnost dogodkov
 - C - slučajno izbrani dijak ne obiskuje nobenega krožka
 - D - slučajno izbrani dijak obiskuje natančno en krožek
- V nekem mestu so telefonske številke vsa šestmestna števila s prvo cifro 6. Naključno izberemo eno telefonsko številko. Koliko je verjetnost, da so v izbrani številki same različne številke. *števke,*
- V razredu je 7 fantov in 20 deklet. Sestavijo šestčlansko ekipo za odbojko. Koliko je verjetnost, da je v ekipi vsaj en fant?
- Na filmskem festivalu bodo predvajali 10 različnih filmov, med njimi film *Kekčeve ukane*. Kolikšna je verjetnost, da bo ta film predvajan zadnji.
- Trije strelci ustrelijo v tarčo z verjetnostjo zadetka 0,3, 0,6 in 0,8. Izračunaj verjetnosti dogodkov:
 - A - Tarča ni zadeta
 - B - Tarča je bila zadeta natančno enkrat
 - C - Tarča je bila zadeta vsaj enkrat
- Koliko je verjetnost, da pri metu treh poštenih igralnih kock pade vsota 9 pik?
- V razredu je 30 učencev. Vsi so reševali test sestavljen iz dveh nalog. Prvo nalogo je rešilo 70%, drugo nalogo pa 60% učencev. Pet učencev ni rešilo nobene naloge. Slučajno izberemo enega učenca. Koliko je verjetnost, da je izbrani učenec rešil obe nalogi?
- Miha ima v levem žepu 5 zelenih in 5 rdečih, v desnem pa 6 zelenih in 4 rdeče frnikole. Iz vsakega žepa na slepo vzame frnikolo. Koliko je verjetnost, da sta frnikoli raznobarni?
- V vrsto razporedimo 4 fante in 1 dekle. Koliko je verjetnost, da dekle ne stoji na začetku ali koncu vrste.
- Raztreseni profesor ima v omari 8 parov čevljev. Zjutraj na slepo izbere dva čevlja.
 - a) Koliko je verjetnost, da izbere par.
 - b) Koliko je verjetnost, da izbere en levi in en desni čevlj
- Iz kompleta 32 kart na slepo potegnemo eno karto. Izračunaj verjetnost dogodkov:
 - a) D - izvlečena karta je dama
 - b) F - izvlečena karta je križ ali desetka
- V posodi 40 črnih, 30 zelenih, 20 modrih in 10 rdečih kroglic. Zaporedoma izvlečemo dve kroglici, pri tem prvo vrnemo v posodo. Izračunaj verjetnosti dogodkov:
 - a) A - vsaj ena kroglica je zelena
 - b) B - Prva kroglica je modra ali zelena, druga je črna
 - c) C - Največ ena kroglica je rdeča
 - d) D - Natanko ena kroglica je črna
 - e) E - Druga kroglica ni modra
 - f) F - Kroglici sta enakih barv
- Med 500 srečk jih je 200 dobitnih. Kolikšna je verjetnost dogodkov:
 - a) A - slučajno izbrana srečka je dobitna
 - b) B - od dveh slučajno izbranih srečk je vsaj ena dobitna
- Iz črk besede POPOTNIK sestavljamo besede dolžine 8. Izračunaj verjetnost dogodkov
 - a) C - beseda se začne in konča na P
 - b) D - v besedi so najprej vsi soglasniki nato vsi samoglasniki
- V razredu je 28 dijakov, med njimi jih ima 7 vozniški izpit. Izračunaj verjetnost dogodkov:
 - a) A - Slučajno izbrani dijak ima vozniški izpit
 - b) B - Izmed dveh slučajno izbranih dijakov ima vsaj eden vozniški izpit
- Na polici je 10 knjig, med njimi je 5 matematičnih. Učenec slučajno izbere 3 knjige. Izračunaj verjetnost, da je vsaj ena od izbranih knjig matematična.
- Dve dekleti in pet fantov sedi za ravno mizo. Koliko je verjetnost, da dekleti sedita skupaj?
- V razredu je 7 fantov in 20 deklet. Sestavijo petčlansko ekipo. Koliko je verjetnost dogodkov:
 - a) F - v ekipi sta dva fanta in tri dekleta
 - b) G - v ekipi so vsaj 4 fantje

20. Trije strelci, ki zadenejo tarčo z verjetnostjo zadetka $0,8$, $\frac{3}{4}$ in $\frac{2}{3}$, vsak enkrat ustrelj. Koliko so verjetnost dogodkov:
- A - zadeneta natanko dva strelca
 - B - vsaj dva strelca zgrabiša
 - C - vsi strelci so enako uspešni
21. Ana, Bine, Cene, Darko in Ema se igrajo izštevanke. Izračunaj verjetnosti dogodkov:
- D - Bine izpade prvi, Ema zadnja
 - E - dekletki izpadeta zapovrstjo
22. V slaščičarni imajo pet vrst sadnih in tri vrste čokoladnih tort. Slaščičar servira tri torte na krožnik. Koliko je verjetnost dogodkov:
- A - na krožniku sta dve sadni in ena čokolarna torta
 - B - Na krožniku so vse torte sadne ali čokoladne
23. Na listkih imamo zapisane črke A, A, A, A, B, B, P, P, R.
- Na slepo izberemo listek
 - Koliko je verjetnost dogodka, da je na listku črka A
 - Koliko je verjetnost dogodka, da je na listku samoglasnik
 - Listke razvrstimo po vrsti od leve proti desni
 - Koliko je verjetnost dogodka, da se nastala beseda konča na črko R
 - Koliko je verjetnost dogodka, da se nastala beseda ne začne in konča na P
24. Iz kompleta 32 kart izberemo tri karte naenkrat. Izračunaj verjetnosti dogodkov:
- C - izbrane karte so vse rdeče
 - D - vsaj ena karta je križ
 - E - izbrane karte so piki ali kralji
25. Dijaki ANA, BLAŽ, CENE, DAŠA, EMA, FILIP, JAN in MIHA so sodelovali na tekmovanju iz logike. Koliko je verjetnost dogodkov:
- A - zmagala je Ana, Miha je bil zadnji
 - B - dekleta so se uvrstila na zaporedna mesta
26. Dogodka A in B sta združljiva in naj velja: $P(A/B) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{7}{12}$.
Izračunaj verjetnost $P(B/A)$.
27. Za dva dogodka A in B v istem poskusu velja: $P(AB) = 0,2$ in $P(A \cup B) = P(B') = \frac{3}{4}$
- Izračunaj verjetnost dogodka A
 - Ali sta dogodka A in B neodvisna? Odgovor utemelji.
28. Dogodka A in B sta neodvisna in naj bo $P(A) = \frac{1}{8}$, $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$. Izračunaj verjetnost dogodka B.
29. Dane so cifre 1, 3, 4, 7, 8. Iz njih sestavljamo petmestna števila tako, da vselej uporabimo vseh pet cifer. Koliko so verjetnosti dogodkov:
- A - število je liho
 - B - število je deljivo z 9
 - C - število ima cifro 7 pred cifro 8
30. Miha ima v šolski torbi 5 enako velikih zvezkov za matematiko, fiziko, kemijo, biologijo in zgodovino. Na slepo dvakrat zaporedoma izbere po en zvezek. Koliko je verjetnost dogodka, da je prvi zvezek zvezek za matematiko, drugi pa za zgodovino,
- če po prvem izbiranju Miha zvezek vrne v torbo
 - če po prvem izbiranju Miha zvezka ne vrne v torbo
31. V nekem razredu s 27 dijaki so dobili nagradno potovanje na Dunaj za dve osebi. Koliko je verjetnost, da bo na potovanje odšel predsednik razredne skupnosti.
32. S ciframi 0, 2, 4, 6, 8 sestavljamo trimesna števila, kjer se cifre lahko ponavljajo in ničla ne sme biti na prvem mestu. Koliko je verjetnost, da je tako sestavljeno število manjše od 600.
33. Imamo 5 vrtnic, 4 tulipane in 3 narcise. Vse rože so različnih barv in jih posadimo v vrsto. Koliko so verjetnosti dogodkov:
- A - rože iste vrste posadimo skupaj
 - B - vrtnice posadimo na levi
34. Iz črk besede HONOLULU tvorimo besede dolžine osem. Koliko je verjetnost dogodka, da se taka beseda začne in konča na črko L.

STATISTIKA

- Učitelj poučuje v treh razredih. V prvem razredu z 32 učenci ima povprečno oceno 3,2, v drugem s 33 učenci ima 2,8 in v tretjem s 35 učenci pa 3,1. Koliko je povprečna vrednost vseh ocen, ki jih je dal ta učitelj.
- V zdravstveni ambulanti so nekega dne zabeležili naslednje starosti bolnikov: 18, 18, 76, 15, 72, 45, 34, 32, 48, 62, 21, 27, 45, 43, 56, 28, 19, 17, 37, 35, 34, 23, 43, 23, 25, 46, 56, 32, 18, 29. Izdelaj tabelo frekvenčne porazdelitve po razredih 10 - 20, 20 - 30, itd. in jih predstavi s histogramom. Izračunaj relativne frekvence in aritmetično sredino iz porazdelitve po razredih.
- V razredu z 20 dijakov je povprečna ocena testa 2,5. Dva dijaka sta pisala odlično, 7 dijakov je pisalo prav dobro, dobro ni pisal nihče.
 - Koliko dijakov je pisalo nezadostno?
 - Izračunaj standardni odklon
 - Natančno nariši frekvenčni poligon.
- Dvajset strelcev je je streljalo v tarčo in povprečno doseglo 7,5 kroga. Pet strelcev je zadelo 8 krogov, trije 5 krogov, pet 7 krogov, en strelec samo 4, ostali pa so dosegli 9 ali 10 krogov. Koliko strelcev je zadelo sredino tarče? Koliko jr standardni odklon?
- Janez v šolo hodi 2 km s hitrostjo 5 km/h, nato se pelje z avtobusom 6 km s hitrostjo 60 km/h. koliko je povprečna hitrost, ki jo Janez doseže na poti v šolo.
- Izračunaj aritmetično, geometrijsko in harmonično sredino števil 1, 4, 7, 9, 12, 14, 15, 16. Rezultate napiši na tri mesta natančno.
- Štirideset mimoidižih so vprašali, kateri časopis največkrat berejo. Dobili so naslednje odgovore: Delo 15, Glas 8, Večer 2, Dnevnik 5, Novice 3, nobenega 7. Nariši frekvenčni kolač.
- V razredu je 30 učencev, ki so vsi pisali matematično šolsko nalogo in pri tem dosegli naslednje ocene: sedem odlično, deset prav dobro in trije nezadostno. Povprečna ocena je bila 3,5. Koliko učencev je dobilo oceni dobro in zadostno. Nariši frekvenčni poligon in frekvenčni kolač za dano porazdelitev. Izračunaj varianco in standardni odklon.
- V razredu je 25 dijakov. Na koncu pouka so pri matematiki dobili naslednje ocene: 4 odlično, 5 prav dobro, 8 dobro, 6 zadostno, ostali nezadostno. Prikaži porazdelitev ocen s frekvenčnim poligonom, izračunaj povprečno oceno in standardni odklon.
- Ocene matematičnega testa osmih dijakov so: 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 5. Izračunaj aritmetično sredino in standardni odklon. Koliko sta mediana in modus?
- Pri testu je bilo mogoče doseči od 0 do 10 točk. Učenci so dosegli naslednje število točk: eden 2 točki, eden 4, sedem 5 točk, 16 jih je doseglo 6 točk, 8 je doseglo 7 točk, štiri 8 točk, dva 9 in eden 10 točk. Izračunaj aritmetično sredino in standardni odklon.
- Izračunaj aritmetično sredino množice števil: 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 243. Ali aritmetična sredina dobro predstavlja dano množico in zakaj ne? katero povprečje bi bilo primernejše za to množico?
- Izmerili so višino zaposlenim v nekem podjetju in dobili naslednjo porazdelitev velikosti, ki so za razporejene v razrede:

RAZRED	velikost (v cm)	sredina razreda	f_k	f_k^0
1	154 - 160		3	
2	160 - 166		12	
3	166- 172		9	
4	172 - 178		12	
5	178 - 184		4	

Dopolni tabelo, izračunaj aritmetično sredino, varianco, standardni odklon in nariši frekvenčni poligon.

14. Tabela prikazuje rezultate pisne naloge v nekem razredu:

OCENA	ŠT. DIJAKOV	f_k	f_k^0	F_k	F_k^0
1	6				
2	3				
3	4				
4	8				
5	4				

Dopolni tabelo. Izračunaj aritmetično sredino, mediano ali središnico in modus ali gostišnico.

Verjetnost in statistika – vaje

1. Iz kupa 32 kart zapored potegnemo 2 karti, kart ne vračamo. Izračunaj verjetnosti dogodkov:

- prva karta ni as, druga pa je;
- nobena karta ni kralj;
- vsaj ena karta je srce;
- druga karta je pik.

2. Na listkih imamo zapisane črke A, A, A, A, B, B, P, P in R. Izračunaj verjetnosti dogodkov:

- na slučajno izbranem listku je zapisana črka A;
- na slučajno izbranem listku je zapisan soglasnik.

Listke izbiramo enega za drugim in jih postavljamo od leve proti desni.

Izračunaj verjetnosti dogodkov:

- nastala je beseda BARBAPAPA;
- nastala je beseda, ki se konča na črko R;
- nastala je beseda, ki se ne konča na AR.

3. ANA, BINE, TINE, TONE in EMA se igrajo izštevanko. Izračunaj verjetnosti dogodkov:

- po vrsti izpadejo ANA, TINE, TONE, EMA, BINE;
- BINE izpade prvi, EMA pa zadnja;
- dekleti izpadeta zapovrstjo.

4. V razredu je 30 dijakov. Odlično oceno iz zgodovine ima 8 dijakov, iz psihologije 13 dijakov, iz geografije 10, iz zgodovine in psihologije 3, psihologije in geografije 8, iz vseh treh predmetov pa 1 dijak. Izračunaj verjetnosti dogodkov:

- slučajno izbran dijak ima vsaj eno odlično oceno;
- slučajno izbran dijak ima pri zgodovini odlično in hkrati boljše oceno kot pri psihologiji;
- slučajno izbran dijak ima odlično oceno pri zgodovini ali geografiji.

5. Skupina petih fantov in dveh deklet sede za ravno mizo. Kolikšna je verjetnost, da dekleti sedita skupaj?

6. Otrok ima v žepu kovance po 20 sit in 50 sit. Ko plačuje račun za 70 sit, zapored jemlje kovance iz žepa z enako verjetnostjo, ne glede na kovance, dokler ni vsota vsaj 70 sit. Kolikšna je verjetnost dogodka, da bo blagajničarka otroku morala vrniti nekaj denarja?

7. Verjetnost zadetka pri vsakem strelu za tri strelce je $\frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$. Koliko so verjetnosti dogodkov:

- zadeneta natanko dva strelca;
- vsaj dva strelca zgrešita
- strelci bodisi vsi zadenejo, bodisi vsi zgrešijo.

8. Iz kupa 32 kart na slepo izberemo štiri karte naenkrat. Izračunaj verjetnosti dogodkov:

- vse karte so rdeče;
- vsaj ena karta je križ;
- izvlečene karte so piki ali asi.

9. V razredu je 33 dijakov. Pri zaključevanju so štirje dobili oceno 5, sedem oceno 4, dvanajst oceno 3, sedem oceno 2, ostali pa so dobili 1. Prikaži dosežen rezultat s histogramom. Izračunaj povprečno oceno razreda in standardni odklon.

10. Trideset zaporednih junijskih dni so namerili naslednje temperature (v stopinjah):

18 19 20 23 24 24 21 18 17 16
16 17 17 18 16 20 22 23
24 24 25 23 24 21 19 19 18

- Napravi tabelo frekvenčne porazdelitve po razredih 16 – 18, 18 – 20, ...
- Nariši frekvenčni histogram.
- Izračunaj aritmetično sredino in standardni odklon.

REŠITVE

- $P(A) = 0,113$
- $P(A) = 4/9$
- $P(A) = 1/120$
- $P(A) = 2/3$
- $P(B) = 0,762$
- $P(B) = 5/9$
- $P(B) = 1/20$
- $P(B) = 1/6$
- $P(C) = 0,444$
- $P(C) = 1/3780$
- $P(C) = 2/5$
- $P(C) = 17/20$
- $P(D) = 0,25$
- $P(D) = 1/9$
- $P(D) = 2/7$
- $P(E) = 17/18$
- $P(A) = 1/3$
- $P(A) = 13/30$
- $P(A) = 0,051$
- $P(B) = 1/6$
- $P(B) = 0,998$
- $P(C) = 5/12$
- $P(C) = 0,0092$

10. 19,52