

## 11. weekend naloga

### Ja kam pa to pelje ?!?!?

Konec zgodbe ni slučajan. Vsako število se konča z številom tri. To mislim, da velja za vsa števila, ker se vsako realno število po prvi pretvorbi spremeni v naravno število.

Dokaz? Seveda. Recimo:  $a$ =število;  $b$ =število znakov zapisa tega števila Fjodorovo zaporedje se lahko ustavi samo pri takih številih, pri kateri je  $a=b$ . Iz tega sledi, da pri katerem koli številu začnemu zaporedje, se bo to ustavilo na teh številih. Da je 3 edino število, pri katerem se ustavi, pa je zato, ker je  $b$  ponavadi manjši od  $a$ , vsaj pri številih večjih od 20 (to se da pokazati brez problemov). Zato je za dokaz tega, da je 3 edino število, dovolj že, če preverimo za pogoj  $a=b$  (?), vsa števila do 20. Ko to naredimo, dobimo število 3 kot edino pri katerem je  $a=b$ .

Sprva sem kot računalniški mislec pomislil: dajmo računalniku to naloga, pa naj se on muči z vsemi kombinacijami. Vendar sem dobil preblisk. Če izvajamo Fjodorovo zaporedje v obratni smeri in izbiramo taka števila, da so čim manjša, bomo s to izbiro zagotovo dobili najdaljše Fjodorovo zaporedje (števila se tudi ne smejo ponavljati). Začnemo s številom 3. Od tu naprej izbiramo taka števila, da je  $b$  enak predhodnemu  $a$ -ju, je čim manjše in se ni pojavilo že prej.

Na ta način sem prišel precej hitro do tega zaporedja:

3 - 5 - 4 - 8 - 12 - 21 - 144

Ker je število znakov, ki jih potrebujemo za zapis števil 999 in 9999 (lahko rečemo največji števili - odstopanje mogoče za max. 5) manjše od 144 in večje od 21, je max. dolžina Fjodorovega zaporedja za zapis števil, manjših od 10000 in 1000, 7. Obstaja seveda več števil, ki imajo to dolžino zaporedja!