



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



M 0 4 1 7 4 1 1 3

SPOMLADANSKI ROK

MEHANIKA



NAVODILA ZA OCENJEVANJE

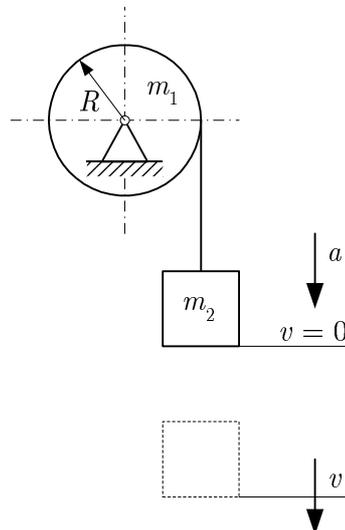
Ponedeljek, 7. junij 2004

SPLOŠNA MATURA

PODROČJE PREVERJANJA A

A1

Okrog valja s polmerom R in maso m_1 je navita vrv, na kateri je obešeno telo z maso m_2 . Iz narisane lege se začne masa m_2 gibati enakomerno pospešeno.

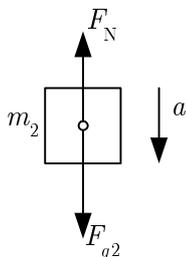


- V skico narišite vse sile, ki delujejo na maso m_2 .
- Izpeljite ali napišite enačbo za silo v vrvi.
- Napišite enačbo za moment, ki poganja valj.
- Ugotovite, v kakšnem razmerju morata biti masi m_1 in m_2 , da bosta njuni kinetični energiji med gibanjem enaki. (Trenja ne upoštevamo. Masni vztrajnostni moment valja je

$$J_0 = \frac{m_1 R^2}{2} .)$$

Rešitev in navodila za ocenjevanje:

a)



..... 1 točka

b) $F_{g2} - F_N = m_2 a \Rightarrow F_N = m_2 g - m_2 a = m_2 (g - a)$ ali $F_N = F_{g2} \left(1 - \frac{a}{g}\right)$ 1 točka

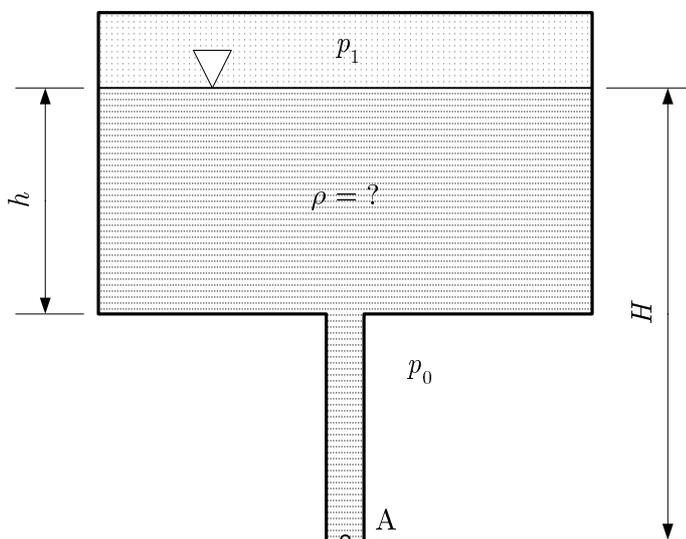
c) $M = F_N R$ 1 točka

d) $\frac{m_2 v^2}{2} = \frac{J \omega^2}{2}$ 1 točka

$$\frac{m_2 v^2}{2} = \frac{m_1 R^2}{2} \frac{\omega^2}{2} = \frac{m_1 R^2}{2} \frac{\left(\frac{v}{R}\right)^2}{2} = \frac{m_1 v^2}{4} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2 \text{ 1 točka}$$

A2

Iz cevi majhnega premera, speljane iz posode, preneha iztekati tekočina gostote ρ .
Absolutni tlak zraka nad tekočino je p_1 , višina tekočine pa H .



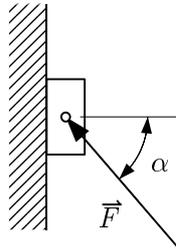
- Napišite izraz za hidrostatični tlak na dnu posode.
- Napišite izraz za absolutni tlak v točki A.
- Izpeljite enačbo za izračun gostote ρ tekočine, če je zunanji atmosferski tlak p_0 .

Rešitev in navodila za ocenjevanje:

- $p = \rho g h$ 1 točka
 - $p_A = p_1 + \rho g H$ ali $p_A = p_0$ 1 točka
 - $p_1 + \rho g H = p_0$ 2 točki
- $$\rho = \frac{p_0 - p_1}{gH} \text{ 1 točka}$$

A3

Ob navpični steni navzgor potiskamo telo teže \vec{F}_g s silo \vec{F} , ki deluje pod kotom α .



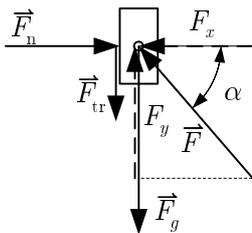
a) Narišite vse sile, ki delujejo na telo.



b) Izpeljite enačbo za velikost F sile \vec{F} , ki je potrebna za enakomerno gibanje telesa, če je količnik trenja μ .

Rešitev in navodila za ocenjevanje:

a)



..... 2 točki

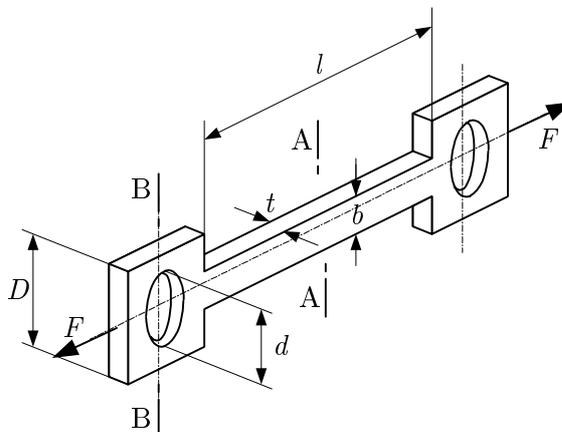
b) $\sum F_{ix} = 0 \Rightarrow F_n = F \cos \alpha$ 1 točka

$\sum F_{iy} = 0 = F_y - F_g - F_{tr} = F \sin \alpha - F_g - F_n \mu$ 1 točka

$F \sin \alpha - F_g - \mu F \cos \alpha = 0 \Rightarrow F = \frac{F_g}{(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$ 1 točka

A4

Na skici je narisan element, ki je obremenjen z zunanji silama velikosti F . Element ima modul elastičnosti E .



- Za prereza A-A in B-B napišite izraza za napetost (v odvisnosti od veličin, ki so dane na skici).
- Napišite izraz za podaljšek elementa dolžine l .

Rešitev in navodila za ocenjevanje:

- a) Prerez A-A :

$$\sigma = \frac{F}{A} \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$A = bt \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

Prerez B-B :

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

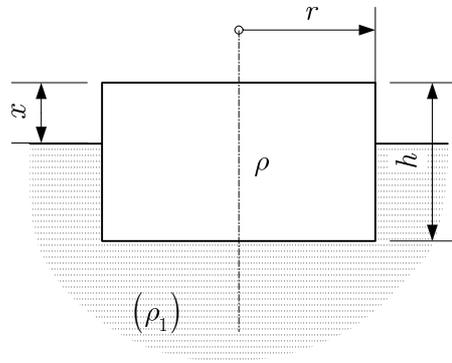
$$A = (D - d)t \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

- b) $\sigma = E\varepsilon = E \frac{\Delta l}{l} \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$

$$\Delta l = \frac{\sigma l}{E} \text{ ali } \left(\Delta l = \frac{Fl}{btE} \right) \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

A5

Homogen valj gostote ρ , polmera r in višine h plava v homogeni tekočini gostote ρ_1 , kakor je prikazano na sliki.



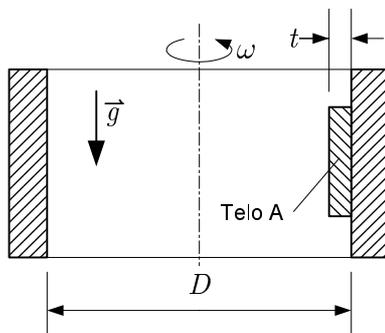
- Utemeljite, katera od gostot je večja.
- Napišite, kateri zakon mehanike tekočin rešuje dani primer plavanja valja.
- Izpeljite izraz za višino x (višina valja nad gladino) v odvisnosti od h , ρ in ρ_1 .

Rešitev in navodila za ocenjevanje:

- Večjo gostoto ima tekočina ($\rho_1 > \rho$), ker telo plava delno potopljeno..... 1 točka
- Dani primer plavanja rešuje Arhimedov zakon 1 točka
- $F_g = F_{vzg}$ 1 točka
 $\pi r^2 h \rho = \pi r^2 (h - x) \rho_1 \Rightarrow h \rho = (h - x) \rho_1$ 1 točka
 $x = h - \frac{\rho}{\rho_1} h = h \left(1 - \frac{\rho}{\rho_1} \right)$ 1 točka

A6

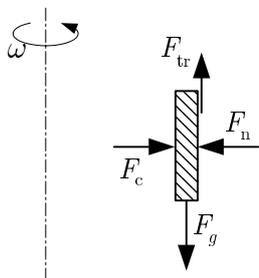
Valjasta cev z notranjim premerom D se vrti okrog navpične osi s kotno hitrostjo ω . Na notranji strani cevi je majhno telo A zanemarljive debeline t . Statični količnik trenja na stičnih ploskvah je μ_0 . Normalno komponento pospeška pri vrtenju izračunamo z enačbo $a_n = \omega^2 r$.



- Narišite vse sile, ki delujejo na telo A.
- Izpeljite enačbo za izračun potrebne kotne hitrosti, pri kateri se telo A vrti skupaj s cevjo, ne da bi zdrsavalo.

Rešitev in navodila za ocenjevanje:

a)

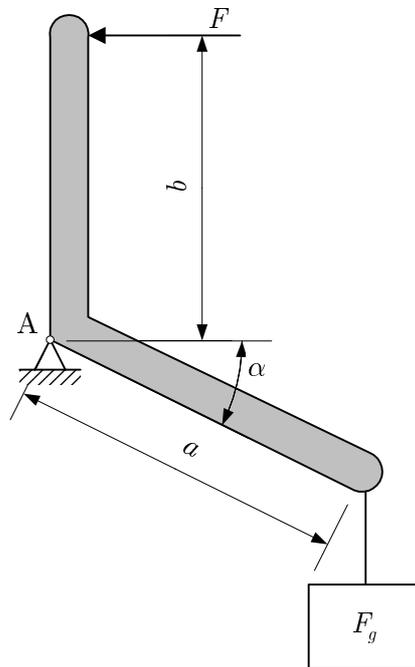


..... (1+1) 2 točki

- $F_n = F_c = ma_n = m \frac{D}{2} \omega^2$ 1 točka
 $F_{tr} = F_n \mu_0 = F_g = mg$ 1 točka
 $m \frac{D}{2} \omega^2 \mu_0 = mg \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2g}{\mu_0 D}}$ 1 točka

A7

Na enem koncu droga z lomljeno osjo, ki je v točki A vrtljivo vpet, visi breme teže F_g .
Izpeljite enačbo za silo F , ki zagotavlja ravnovesje droga.

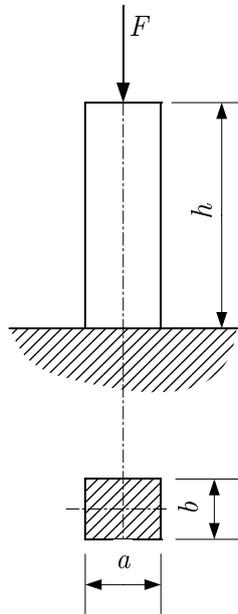


Rešitev in navodila za ocenjevanje:

$$\begin{aligned} \sum M_{iA} = 0 & \dots\dots\dots 1 \text{ točka} \\ r = a \cos \alpha & \dots\dots\dots 1 \text{ točka} \\ Fb - F_g a \cos \alpha = 0 & \dots\dots\dots 2 \text{ točki} \\ F = \frac{F_g a \cos \alpha}{b} & \dots\dots\dots 1 \text{ točka} \end{aligned}$$

A8

Steber z gostoto ρ in višino h prenaša tlačno silo F . Izpeljite enačbo za površinski tlak med stebrom in podlago, če je prerez stebra pravokotnik s stranicama a in b . Upoštevajte lastno težo stebra.



Rešitev in navodila za ocenjevanje:

$$F_g = mg \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$F_g = \rho Ahg \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$p = \frac{F + F_g}{A} \dots\dots\dots 2 \text{ točki}$$

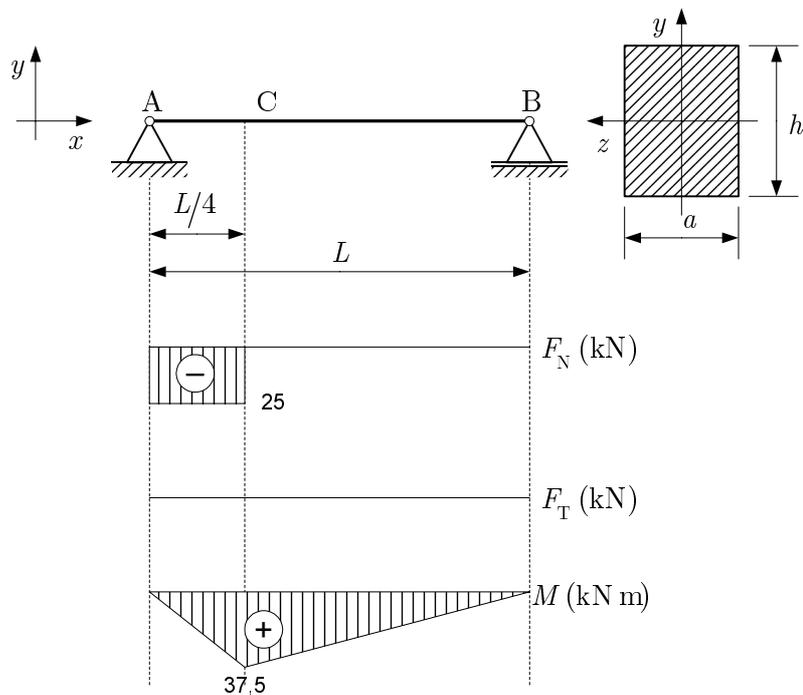
$$p = \frac{F + \rho Ahg}{A}$$

$$p = \frac{F}{A} + \rho gh \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

PODROČJE PREVERJANJA B

B1

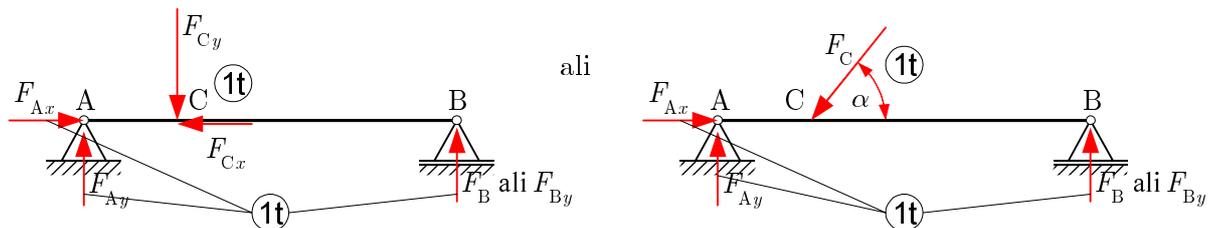
Za prikazani nosilec konstantnega prereza sta znani oblika in razmerje stranic prečnega prereza $a : h = 2 : 3$. Znana sta še diagrama F_N in M ter njuni največji vrednosti. Dolžina nosilca je $L = 4$ m, potrebni odpornostni moment pri upogibu pa je $W_z = 375 \text{ cm}^3$.



- a) Vrišite ustrezni sili (vodoravno in navpično), ki delujeta na nosilec v točki C in ju označite. Vrišite in ustrezno označite reakcije v podporah A in B. (2 točki)
- b) Izračunajte velikosti reakcij v podporah A in B v smereh koordinatnih osi. (6 točk)
- c) Izračunajte velikost zunanje sile, ki deluje v točki C. (6 točk)
- d) Narišite potek diagrama prečnih sil F_T in vpišite njihove značilne vrednosti. (2 točki)
- e) Izračunajte ustrezne dimenzije prereza a in h . Vpliv striga zanemarite. (4 točke)

Rešitev in navodila za ocenjevanje:

a)



..... 2 točki

b) $F_{Ax} + F_N = 0 \Rightarrow F_{Ax} = -F_N$ 1 točka

$F_{Ax} = 25 \text{ kN}$ 1 točka

$M_C = F_{Ay} \frac{L}{4}$ 1 točka

$F_{Ay} = \frac{4M_C}{L} = \frac{4 \cdot 37,5}{4} = 37,5 \text{ kN}$ 1 točka

$M_C = F_B \left(L - \frac{L}{4} \right)$ 1 točka

$F_B = \frac{M_C}{L - \frac{L}{4}} = \frac{37,5}{4 - \frac{4}{4}} = 12,5 \text{ kN}$ 1 točka

c) $\sum F_{ix} = 0; F_{Ax} - F_{Cx} = 0$ 1 točka

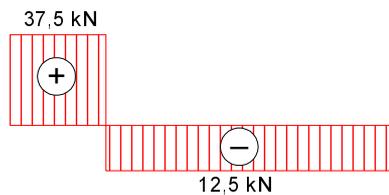
$F_{Cx} = F_{Ax} = 25 \text{ kN}$ 1 točka

$\sum F_{iy} = 0; F_{Ay} - F_{Cy} + F_B = 0$ 1 točka

$F_{Cy} = F_{Ay} + F_B = 37,5 + 12,5 = 50 \text{ kN}$ 1 točka

$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{25^2 + 50^2} = 55,9 \text{ kN}$ (1+1) 2 točki

d)



..... (1+1) 2 točki

e) $W_z = \frac{ah^2}{6}$ 1 točka

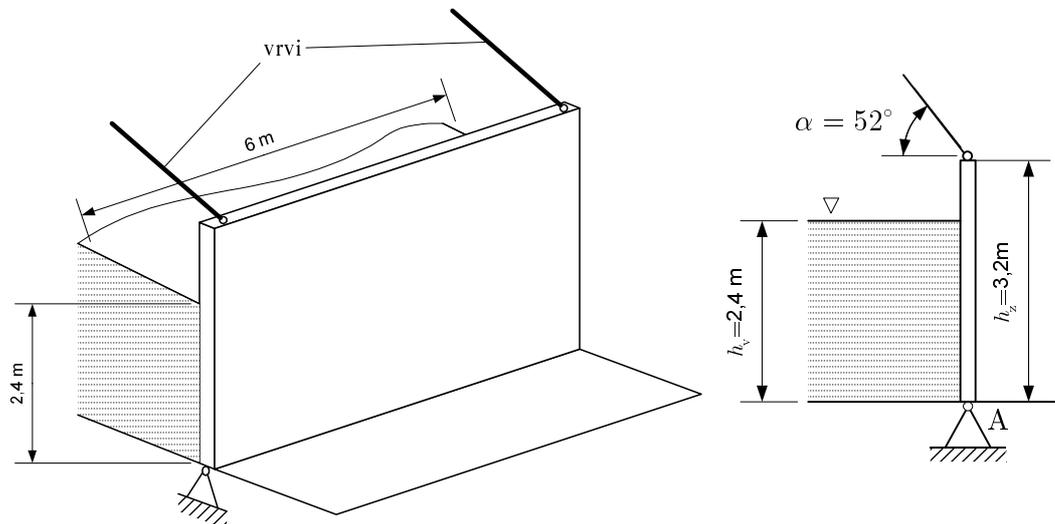
$a = \frac{2}{3}h$ ali $h = \frac{3}{2}a \Rightarrow W_z = \frac{2h \cdot h^2}{3 \cdot 6} = \frac{h^3}{9}$ ali $W_z = \frac{a \cdot (3a)^2}{6 \cdot 2^2} = \frac{3a^3}{8}$ 1 točka

$h = \sqrt[3]{9W_z} = \sqrt[3]{9 \cdot 375} = 15 \text{ cm}$ ali $a = \sqrt[3]{\frac{8W_z}{3}} = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 375}{3}} = 10 \text{ cm}$ 1 točka

$a = \frac{2}{3} \cdot 15 = 10 \text{ cm}$ ali $h = \frac{3}{2} \cdot 10 = 15 \text{ cm}$ 1 točka

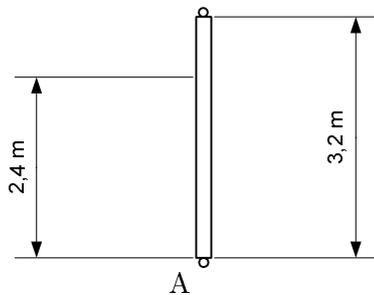
B2

Zapornica dolžine 6 m zapira 2,4 m visok vodni kanal pravokotnega prereza. Zapornica je vrtljivo vpeta v dno kanala. Da se zapornica ne odpre, je na vrhu zasidrana z dvema jeklenima vrvi, ki s horizontalo oklepata kot $\alpha = 52^\circ$. Višina zapornice je 3,2 m, njena teža pa F_g . Gostota vode je 10^3 kg/m^3 .

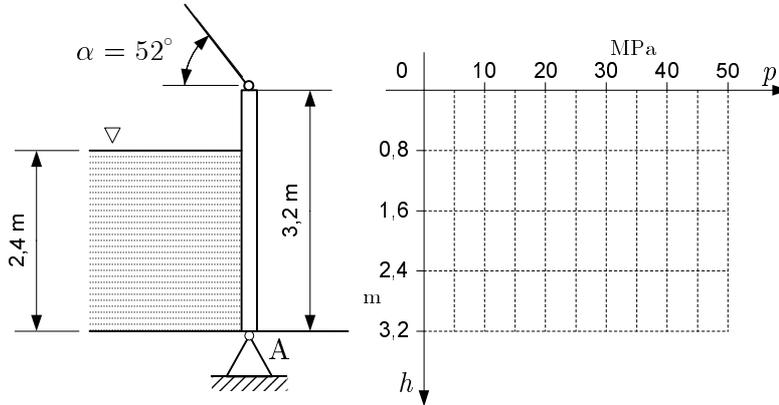


- a) Narišite vse sile, ki delujejo na zapornico, in pri tem upoštevajte, da je prijemališče hidrostatične sile na dveh tretjinah globine omočenega dela zapornice. Kotirajte prijemališče hidrostatične sile.

(4 točke)



b) Izračunajte hidrostatični tlak na dnu kanala. Narišite graf hidrostatičnega tlaka na zapornico vzdolž njene celotne višine. V graf vpišite značilne vrednosti tlaka. (5 točk)

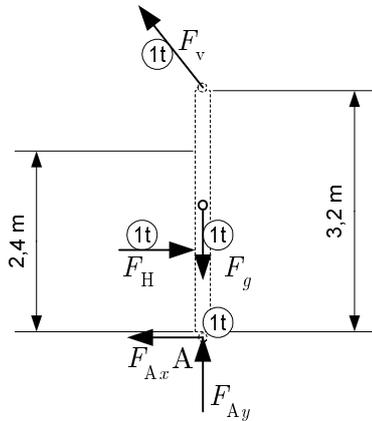


c) Izračunajte celotno silo, s katero voda deluje na zapornico. (5 točk)

d) Izračunajte silo v posamezni vrvi. (6 točk)

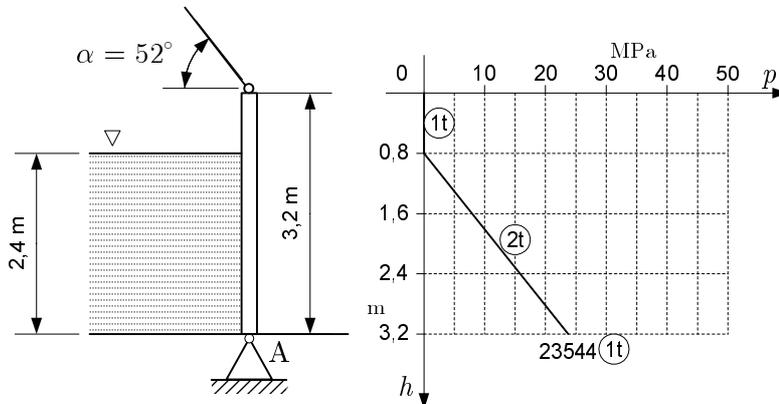
Rešitev in navodila za ocenjevanje

a)



..... 4 točke

b)



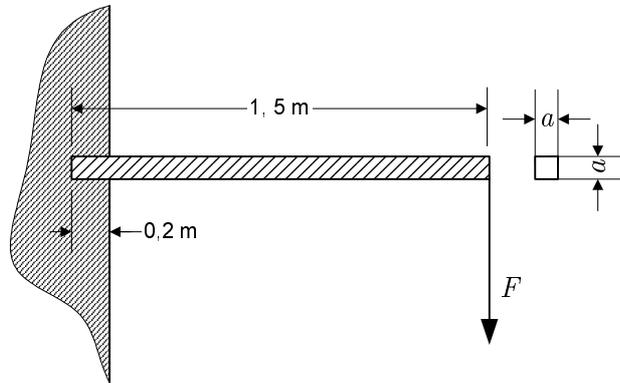
..... 4 točke

$p = \rho g h_v = 10^3 \cdot 9,81 \cdot 2,4 = 23544 \text{ Pa}$ 1 točka

- c) $p_T = \rho g \frac{h_v}{2}$ 1 točka
 $p_T = 1000 \cdot 9,81 \cdot 1,2 = 11772 \text{ Pa}$ 1 točka
 $A = h_v b = 2,4 \cdot 6 = 14,4 \text{ m}^2$ 1 točka
 $F_H = p_T A$ 1 točka
 $F_H = 11772 \cdot 14,4 = 169517 \text{ Pa}$ 1 točka
- d) $\sum M_{iA} = 0$ 1 točka
 $F_{v_x} h_z - F_H \frac{h_v}{3} = 0$ 2 točki
 $F_v \cos \alpha h_z - F_H \frac{h_v}{3} = 0$ 1 točka
- $$F_v = \frac{F_H \frac{h_v}{3}}{h_z \cos \alpha} = \frac{169517 \cdot 0,8}{3,2 \cdot \cos 52^\circ} = 68835 \text{ N}$$
- 1 točka
- $$F_{v1} = \frac{F_v}{2}$$
- 1 točka
- $$F_{v1} = \frac{68835}{2} = 34418 \text{ N}$$

B3

1,5 m dolgo jekleno palico kvadratnega prereza vgradimo v nepodajno navpično steno. Na prostem koncu jo obtežimo s silo F , kot kaže skica. Teža palice je 289 N, gostota materiala palice $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$, natezna trdnost pa $R_m = 350 \text{ N/mm}^2$.



Izračunajte:

- a) stranico kvadratnega prereza palice; (6 točk)
- b) dopustno napetost materiala palice, če je zahtevana varnost 2,5; (2 točki)
- c) vztrajnostni in odpornostni moment prereza palice; (4 točke)
- d) največjo dovoljeno silo F , če lastne teže palice ne upoštevamo. (8 točk)

Rešitev in navodila za ocenjevanje:

a) $F_g = V \rho g$ 1 točka

$V = \frac{F_g}{\rho g}$ 1 točka

$V = \frac{289}{7850 \cdot 9,81} = 0,0037 \text{ m}^3$

$V = Al$ 1 točka

$A = \frac{V}{l} = \frac{0,0037}{1,5} = 0,0025 \text{ m}^2$

$A = a^2$ 1 točka

$a = \sqrt{A} = \sqrt{0,0025} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$ 2 točki

b) $\sigma_{\text{dop}} = \frac{R_m}{\nu}$ 1 točka

$\sigma_{\text{dop}} = \frac{350}{2,5} = 140 \text{ N/mm}^2$ 1 točka

c) $I = \frac{ah^3}{12} = \frac{a^4}{12}$ 1 točka

$I = \frac{5^4}{12} = 52,1 \text{ cm}^4$ 1 točka

$W = \frac{a^3}{6}$ ali $W = \frac{I}{e}$ 1 točka

$W = \frac{5^3}{6} = 20,83 \text{ cm}^3 = 20833 \text{ mm}^3$ 1 točka

d) $\sigma_u = \frac{M}{W} \leq \sigma_{\text{udop}}$ 1 točka

$M \leq W \sigma_{\text{dop}}$ 1 točka

$M \leq 20833 \cdot 140 = 2,916 \cdot 10^6 \text{ N mm} = 2916 \text{ N m}$ 1 točka

$M = F (l - b)$ 3 točke

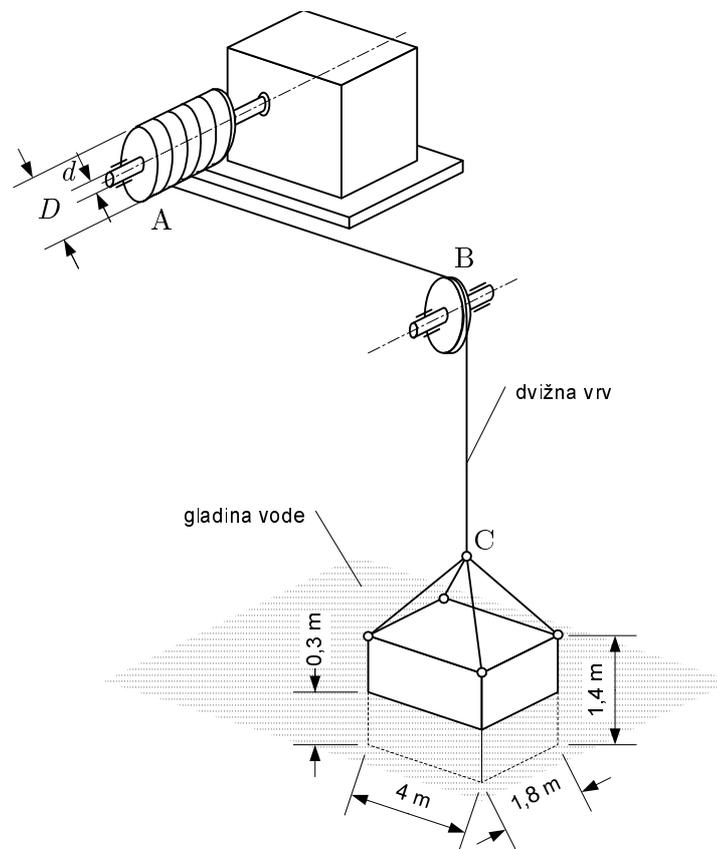
$F = \frac{M}{l - b}$ 1 točka

$F = \frac{2916}{1,3} = 2243,6 \text{ N}$ 1 točka

PODROČJE PREVERJANJA C

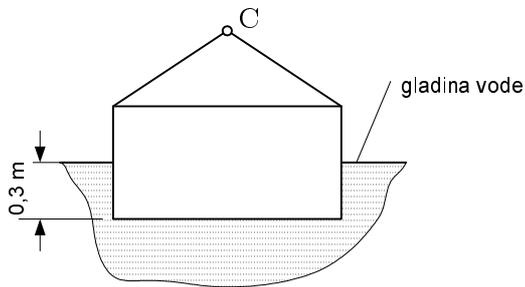
C1

Zaboj teže 35 kN s preprostim dvigalom dvigamo iz vode z enakomerno hitrostjo 4,8 m/min, kakor kaže skica. Zaboj je na vogalih pritrjen na štiri enako dolge vrvi, ki so v točki C pripete na dvižno vrvo. Ta je speljana prek škripca B do navijalnega bobna A s premerom $D = 180$ mm. Premer gredi, na katero je nasajen navijalni boben, je $d = 100$ mm. Gostota vode je 1020 kg/m^3 , dolžina, širina in višina ter trenutni položaj zaboja pa so razvidni iz skice. Teža zaboja je enakomerno razporejena po celotni prostornini.



a) Skicirajte vse sile, ki delujejo na zaboj v narisanim položaju.

(2 točki)



b) Izračunajte, s kolikšno silo je napeta dvižna vrv ABC v narisanim položaju zaboja.

(7 točk)

c) Izračunajte vrtilno frekvenco navijalnega bobna v s^{-1} in min^{-1} .

(6 točk)

d) Izračunajte silo v dvižni vrvi ABC in potrebno moč za dviganje, ko je zaboj v celoti iz vode.

(4 točke)

e) Izračunajte največjo torzijsko napetost v gredi navijalnega bobna.

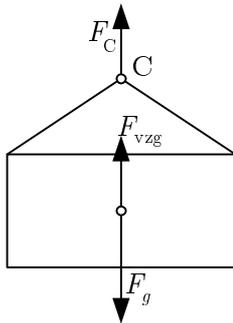
(7 točk)

f) Z izračunom ugotovite, ali je bil zaboj pred začetkom dviganja v celoti potopljen. Utemeljite odgovor.

(4 točke)

Rešitev in navodila za ocenjevanje:

a)



..... 2 točki

b) $V_k = aby_p = 4 \cdot 1,8 \cdot 0,3 = 2,16 \text{ m}^3$ 1 točka

$F_{vzg} = \rho_k V_k g = 1020 \cdot 2,16 \cdot 9,81 = 21613 \text{ N}$ (1+1) 2 točki

$F_C + F_{vzg} - F_g = 0$ 2 točki

$F_C = F_g - F_{vzg} = 35000 - 21613 = 13387 \text{ N}$ (1+1) 2 točki

c) $v = \omega R$ 1 točka

$v = \frac{4,8}{60} = \omega \frac{D}{2}$ 1 točka

$\omega = \frac{2v}{D} = \frac{2 \cdot 4,8}{60 \cdot 0,18} = 0,888 \text{ s}^{-1}$ 1 točka

$\omega = 2\pi n$ 1 točka

$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{0,888}{2 \cdot \pi} = 0,141 \text{ s}^{-1} = 8,49 \text{ min}^{-1}$ (1+1) 2 točki

d) $F_{vr} = F_g$ 1 točka

$F_{vr} = 35000 \text{ N}$ 1 točka

$P = F_{vr} v$ 1 točka

$P = 35000 \cdot 0,08 = 2800 \text{ W}$ 1 točka

(Enako točkujemo, če moč izračunamo tudi po drugi pravilni poti.)

e) $T = F_{vr} \frac{D}{2}$ ali $T = \frac{P}{\omega}$ 1 točka

$T = 35000 \cdot \frac{0,18}{2} = 3150 \text{ N m}$ 1 točka

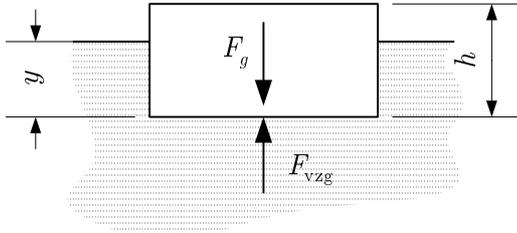
$W_t = \frac{\pi d^3}{16}$ 2 točki

$W_t = \frac{\pi \cdot 100^3}{16} = 196350 \text{ mm}^3$ 1 točka

$\tau_t = \frac{T}{W_t} = \frac{3150000}{196350} = 16 \text{ N/mm}^2$ (1+1) 2 točki

- f) $V = 4 \cdot 1,8 \cdot 1,4 = 10,08 \text{ m}^3$ 1 točka
 $F_g = V \rho_z g$ 1 točka
 $\rho_z = \frac{F_g}{Vg} = \frac{35000}{10,08 \cdot 9,81} = 354 \text{ kg/m}^3$ 1 točka
 Zaboj ni bil v celoti potopljen, ker je $\rho_z < \rho_k$ 1 točka

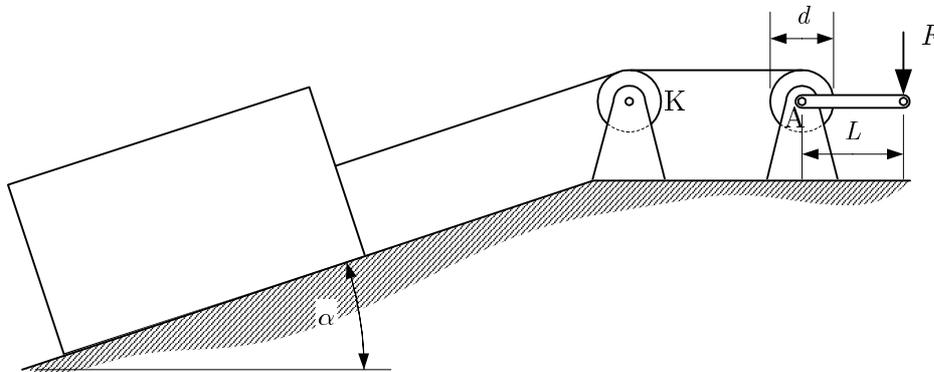
ali



- $F_{vzg} = F_g$ 1 točka
 $aby \rho_k g = F_g$ 1 točka
 $y = \frac{F_g}{ab \rho_k g} = \frac{35000}{4 \cdot 1,8 \cdot 1020 \cdot 9,81} = 0,48 \text{ m}$ 1 točka
 Zaboj ni bil v celoti potopljen, ker je $y < h$ 1 točka

C2

Zaboj z maso 200 kg vlečemo z ročnim vitlom z enakomerno hitrostjo po strmini ($\alpha = 20^\circ$) navzgor. Vrv, na katero je pritrjen zaboj, je speljana prek koluta K in se navija na boben s premerom $d = 10$ cm. Trenje v ležajih zanemarite.



- a) Izračunajte silo v vrvi, če je potrebna sila roke na ročaj vitla $F = 180$ N in dolžina ročice $L = 0,3$ m. (5 točk)
- b) Izračunajte kotno hitrost bobna in hitrost premikanja bremena, če za en obrat ročice potrebujemo 0,5 s. (5 točk)
- c) Skicirajte ročico kot konzolni nosilec z vsemi silami, ki delujejo nanjo, in narišite diagram upogibnega momenta vzdolž osi nosilca. Izračunajte največjo vrednost upogibnega momenta. (4 točke)
- d) Skicirajte vse sile na zaboj, težo zaboja razstavite na statično in dinamično komponento ter izračunajte vrednosti obeh komponent. (7 točk)
- e) Izračunajte silo trenja, ki deluje na drsni površini. (4 točke)
- f) Izračunajte delo, ki ga vložimo pri enem obratu ročice. (5 točk)

Rešitev in navodila za ocenjevanje:

a) $\sum M_{iA} = 0$ 1 točka

$F_{vr} \frac{d}{2} - FL = 0$ 2 točki

$F_{vr} = \frac{2FL}{d} = \frac{2 \cdot 180 \cdot 0,3}{0,1} = 1080 \text{ N}$ 2 točki

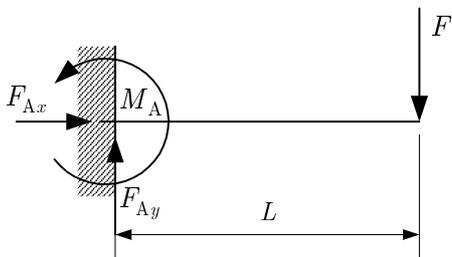
b) $T = 0,5 \text{ s}$

$n = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ s}^{-1}$ 1 točka

$\omega = 2\pi n = 2\pi \cdot 2 = 12,56 \text{ s}^{-1}$ 2 točki

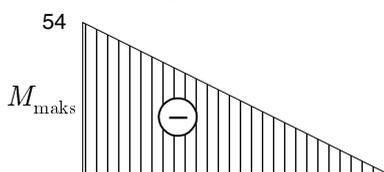
$v = \omega \frac{d}{2} = 12,56 \cdot \frac{0,1}{2} = 0,628 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ 2 točki

c)



Narisan nosilec brez reakcij 1 točka

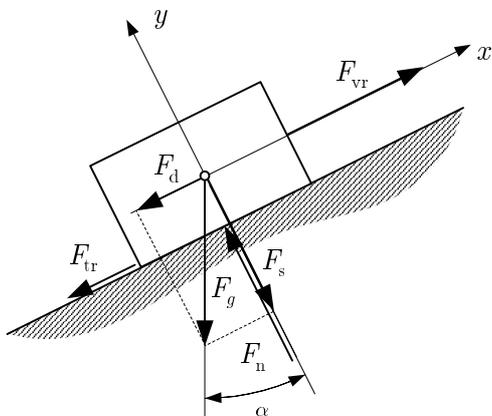
Vrisane reakcije 1 točka



Narisana oblika diagrama 1 točka

Vpisana maksimalna vrednost ali $M_{maks} = FL = 180 \cdot 0,3 = 54 \text{ N m}$ 1 točka

d)



..... 3 točke

$F_s = F_g \cos \alpha$ 1 točka

$F_s = mg \cos \alpha = 200 \cdot 9,81 \cdot \cos 20^\circ = 1843,6 \text{ N}$ 1 točka

$$F_d = F_g \sin \alpha \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$F_d = mg \sin \alpha = 200 \cdot 9,81 \cdot \sin 20^\circ = 671 \text{ N} \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

e) $\sum F_{ix} = 0 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$

$$-F_{tr} - F_d + F_{vr} = 0 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$F_{tr} = F_{vr} - F_d \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$F_{tr} = 1080 - 671 = 409 \text{ N} \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

f) $T = FL \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$

$$T = 180 \cdot 0,3 = 54 \text{ Nm} \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$W = T\varphi \dots\dots\dots 2 \text{ točki}$$

$$W = 54 \cdot 2\pi = 339,3 \text{ J} \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

ali

$$s = o = \pi d = \pi \cdot 0,1 = 0,314 \text{ m} \dots\dots\dots 2 \text{ točki}$$

$$W = F_{vr} s = 1080 \cdot 0,314 = 339,3 \text{ J} \dots\dots\dots 3 \text{ točke}$$

ali

$$W = (F_{tr} + F_d) s$$